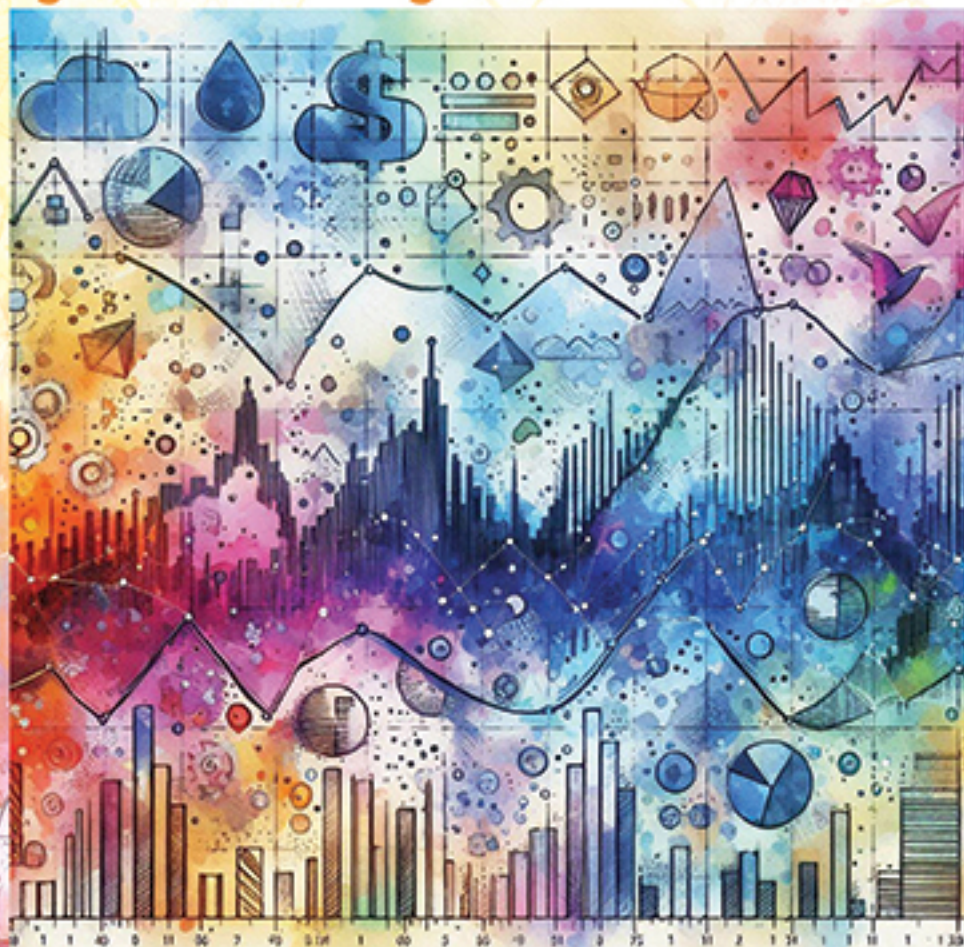


Dr. Berat HARMAN

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH



artikol
akademi

ARTİKEL AKADEMİ: 306

Sosyal Bilimleri Temel Alanı

Çok Değişkenli GARCH

Dr. Berat HARMAN

ISBN 978-625-6627-45-1

Birinci Basım Ekim - 2024

Kapak: Artikel Akademi

Ofset Hazırlık: Artikel Akademi

Baskı ve Cilt: Uzunist Dijital Matbaa Anonim Şirketi

Akçaburgaz Mah.1584.Sk.No:21 / Esenyurt

Matbaa Sertifika No: 68922

Artikel Akademi bir Karadeniz Kitap Ltd. Şti. markasıdır.

©Karadeniz Kitap - 2024

Akademik etik kurallara

bağlı kalınarak yapılacak olan alıntılar ve tanıtım maksadıyla yapılacak olan kısa alıntılar dışında, yazılı izni alınmadan, tümünün veya bir kısmının elektronik, mekanik ya da fotokopi yoluyla, basımı, yayımı, kopyalanması, çoğaltımı veya dağıtımı yapılamaz.

KARADENİZ KİTAP LTD. ŞTİ.

Koşuyolu Mah. Mehmet Akfın Sok. No:67/3 Kadıköy-İstanbul

Tel: 0 216 428 06 54 // 0530 076 94 90

Yayıncı Sertifika No: 19708

mail: info@artikelakademi.com

www.artikelakademi.com

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH

Dr. Berat HARMAN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	7
TABLolar LİSTESİ	8
ŞEKİLLER TABLOSU	9
KISALTMALAR	10
ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH	13
1. TEK DEĞİŞKENLİ GARCH YÖNTEMLERİ	17
1.1. EWMA (Exponentially Weighted Moving Average: Üssel Ağırlıklı Hareketli Ortalama) Yöntemi	17
1.2.ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity: Otoregresif Şartlı Değişen Varyans) Model	18
1.2.1.ARCH(p) Modeli	20
1.2.2. ARCH Testi	21
1.2.3. ARCH Modelin Özellikleri	23
1.2.4. ARCH-M (Ortalamada ARCH) Model	23
1.2.5. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Model	24
1.2.6. PARCH (Power ARCH: Üslü ARCH) Model	26
1.3. GARCH (Generalized ARCH: Genelleştirilmiş ARCH) Model	26
1.3.1.GARCH (1,1) Modeli	30
1.3.2.GARCH (1,1) Modeli Özellikleri	31
1.3.3. Ortalama GARCH Model (M-GARCH)	31
1.3.4. Üstel GARCH (EGARCH) Model	32

2. ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH YÖNTEMLERİ	35
2.1. VEC GARCH Modeli.....	38
2.2. BEKK-GARCH (Baba, Engle, Kraft, Kroner GARCH) Modeli.....	40
2.3. CCC (Constant Conditional Correlation: Sabit Şartlı Korelasyon) GARCH Modeli.....	41
2.4. DCC (Dynamic Conditional Correlation : Dinamik Şartlı Korelasyon) GARCH Modeli.....	46
2.5. DAMGARCH (Dynamic Asimetric Multivariate GARCH: Dinamik Asimetrik Çok değişkenli GARCH) Model	52
2.6. VCC (Değişen Şartlı Korelasyon: Varying Conditional Correlation) GARCH Model.....	54
3.UYGULAMA	57
3.1. Geçmişte Yapılan Uygulama Çalışmaları.....	57
3.2. Çok Değişkenli GARCH Analizi.....	59
SONUÇ	72
KAYNAKÇA	73

ÖNSÖZ

Bu çalışma 2017 yılında sayın Prof. Dr. Hakan TÜRKAY ‘ın danışmanlığında Yüksek Lisans Tezinden türetilmiştir. Çalışmanın yayınlanmasında Yüksek Lisans danışmanım Sn. Hakan TÜRKAY’a, analizlerde desteğini gösteren sayın Arř. Gör. Dr. Hamdi AYAN hocama, Yüksek Lisans boyunca desteklerini gördüğüm sn. Prof. Dr. Ahmet şENGöNüL, sn. Prof. Dr. Necati Alp ERİLLİ, sn. Doç. Dr. Adem BABACAN ve Dr. Öđr. Üyesi zge GüNDOđDU hocalarıma teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca bütün eğitim hayatım boyunca desteğini esirgemeyen anneme ve babama teşekkürlerimi sunarım. Son olarak hayatımda her an desteğini gösteren eşime teşekkürlerimi sunarım.

- Arř. Gör. Berat HARMAN

TABLolar LİSTESİ

TABLO 1: PETROL GETİRİLERİ SERİSİ BİRİM KÖK ANALİZİ	38
TABLO 2: DOĞALGAZ GETİRİLERİ SERİSİ BİRİM KÖK ANALİZİ	40
TABLO 3: BEKK GARCH MODELİ SONUÇLARI	41
TABLO 4: VEC GARCH MODELİ SONUÇLARI	42
TABLO 5: DCC GARCH MODELİ SONUÇLARI.....	44

ŞEKİLLER TABLOSU

ŞEKİL 1.

PETROL FİYATLARI GRAFİĞİ 60

ŞEKİL 2.

DOĞALGAZ FİYATLARI GRAFİĞİ 61

ŞEKİL 3.

PETROL GETİRİLERİ GRAFİĞİ 62

ŞEKİL 4.

DOĞALGAZ GETİRİLERİ GRAFİĞİ 64

KISALTMALAR

EWMA: Exponentially Weighted Moving Average (Üssel Ağırlıklı Hareketli Ortalama)

ARCH: Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (Oto regresif Şartlı Değişen Varyans)

ARCH-M: ARCH-Mean (Ortalamada ARCH)

TARCH: Threshold Value ARCH (Eşik Değerli ARCH)

PARCH: Power ARCH (Üslü ARCH)

GARCH: Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (Genelleştirilmiş Oto regresif Şartlı Değişen Varyans)

GARCH-M: GARCH-Mean (Ortalamada GARCH Model)

EGARCH: Exponential GARCH (Üstel GARCH)

MGARCH: Multivariate GARCH (Çok Değişkenli GARCH)

VECH GARCH: Vector Half GARCH (Yarım Vektör GARCH)

DVECH GARCH: Diagonal Vech GARCH (Köşegen Vech GARCH)

BEKK GARCH: Baba, Engle, Kraft, Kroner GARCH

DBEKK GARCH: Diagonal BEKK GARCH (Köşegen BEKK GARCH)

CCC GARCH: Constant Conditional Correlation GARCH (Sabit Şartlı Korelasyon GARCH)

DCC GARCH: Dynamic Conditional Correlation GARCH (Dinamik Şartlı Korelasyon GARCH)

DAMGARCH: Dynamic Asimetric Multivariate GARCH (Dinamik Asimetrik Çok değişkenli GARCH)

VCC GARCH: Varying Conditional Correlation (Değişen Şartlı Korelasyon)

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH

Çok değişkenli GARCH; birden fazla değişkenin aralarında oynaklık yayılmasının olup-olmadığını belirlemek için kullanılır. Bu yöntemde bağımlı değişkendeki oynaklığın bağımsız değişken ya da değişkenlerdeki oynaklığı etkileyip-etkilemediği incelenir. Bu yöntemin amacı, karmaşık ilişkiler içinde olan değişkenlerin beraber hareket edip-etmediğinin incelenmesidir. Bu yöntemde en az iki değişken kullanılmaktadır.

EWMA yaklaşımı ile oynaklık hesaplamalarının üssel olarak hesaplanması yaygınlaşmaya başlamıştır. EWMA yaklaşımı ile çok değişkenli GARCH modellerinin temeli atılmıştır. EWMA yaklaşımının Uluslararası finans kurumu RiskMetrics tarafından kullanılmaya başlamasıyla birlikte kullanım alanı genişlemiştir. EWMA yönteminde son dönem gözlemlerinin daha ağırlıklı hesaba katılmasıyla birlikte daha gerçekçi sonuçlara ulaşılmıştır (Eser, 2010).

ARCH Modeli Engle (1982) tarafından ortaya atılmıştır (Su ve Huang, 2010). Bu durum, zaman serilerinde otokorelasyon görülürken değişen varyans sorunu olmadığı varsayımının çürütülmesiyle ortaya çıkmıştır. Bunun yanında iktisadi olarak şartlı oynaklığı hesaplamak için de ARCH Modeli önerilmiştir. Sonrasında ise bazı uygulamalarda ARCH modeli yetersiz kalınca Bollerslev (1986) tarafından GARCH (Genaralized ARCH: Genelleştirilmiş ARCH) Modeli ortaya atılmıştır (Çil Yavuz, 2015). Bunun sebebi ise ARCH Modelinin iktisadi ve ekonometrik uygulamadaki zorluklarıdır. Bu zorluklardan bir tanesi hata terimi'nin karesinin değişkene girmesiyle beraber parametre sayısının çok fazla

olmasıdır. Yani GARCH model ile birlikte modele dahil edilen parametre sayısı azalmıştır, böylece analiz kolaylaştırılmıştır. Sonrasında Engle, Lillen ve Robins (1987) tarafından beklenen getiri ve risk arasındaki ilişkiyi modellemek için ARCH-M (Ortalamada ARCH) ve GARCH-M (Ortalamada GARCH) modelleri ortaya atılmıştır. Nelson (1991), finansal zaman serilerinde modelleme yapılırken GARCH modelinin eksik yönlerini ortadan kaldırmak için üssel GARCH (EGARCH) modelini geliştirmiştir (Çil Yavuz, 2015). Glosten, Jagannathan ve Runkle (1993) tarafından önerilen eşik değerli ARCH (TARCH) modeli oynaklıkta asimetriyi dikkate almaktadır. Burada, şokların yani hata terimlerinin olumlu ve olumsuz haberlerinin oynaklık etkisinin birbirinden farklı yani asimetrik olduğu kabul edilir. Oynaklık kümelenmesi olgusunu yakalamak için Taylor (1986) ve Schwert (1989) şartlı standart sapmayı, hata terimlerinin gecikmeli mutlak değerlerinin bir dağılımı olarak modellemişlerdir. Bu model ve diğer bir kısım benzer modeller PARCH (Power ARCH: Üslü ARCH) adı ile Ding ve diğ. (1993) tarafından geliştirilmiştir.

Tek değişkenli bu modeller daha karmaşık yapıda olan iktisadi değişkenleri açıklayamamışlardır. Bu eksiklik, Bollerslev, Engle ve Kroner tarafından ortaya atılan çok değişkenli GARCH modelleri ile ortadan kaldırılmıştır. Çok değişkenli GARCH modelleri, iktisadi olarak en az iki değişkenlidir ve iktisadi faaliyetlerin sürekli birbirini etkilemesi durumundan dolayı tek değişkenli oynaklık modellerine göre daha karmaşık ama ortaya atılan farklı modellerle daha kullanışlıdır. Yani çok değişkenli GARCH modelleri tek değişkenli modellere göre daha karmaşık yapıdayken ortaya atılan formüllerle birlikte uygulanması kolaylaştırılmıştır. Bu yüzden Bollerslev ve diğ. (1988) tarafından VARCH GARCH modeli ortaya atılmıştır. Artık bu modelle birlikte birden fazla iktisadi değişkenin oynaklığı ve birbirlerine karşı etkisi incelenmeye başlanmıştır (Bozkurt, 2009). Fakat bu modelde çok fazla parametre olduğundan hesaplanması zordur. Bu problemi gidermek için son düzenlemesi Engle ve Kroner (1995) tarafından yapılan BEKK

(Baba, Engle, Kraft, Kroner) GARCH Model öne sürülmüştür.. Bu model sayesinde VECH Modelin en büyük problemi olan fazla değişken sorunu ortadan kaldırılmıştır. Bollerslev (1990) tarafından önerilen CCC (Constant Conditional Correlation: Sabit Şartlı Korelasyon) GARCH Model ile birlikte şartlı korelasyon matrisi sabit varsayılarak işlem yapılmıştır. Ling ve McAleer (2003) tarafından ortaya atılan DAM GARCH (Dynamic Asimetric GARCH: Dinamik Asimetrik GARCH) Modeli ise CCC GARCH Modeli varsayımını genişletmiş ve sabit korelasyon matrisi şeklinde işlem yapmıştır. CCC GARCH Modeli ve DAM GARCH Modeli hesaplamada kolaylık sağlamıştır fakat piyasadaki durumlar göz önüne alındığında sabit korelasyon matrisi kullanılması uygun değildir. Bu nedenle Engle (2002) tarafından DCC (Dynamic Conditional Correlation: Dinamik Şartlı Korelasyon) GARCH Modeli önerilmiştir. Aynı tarihte Tse ve Tsui tarafından Engle'in modeline benzer bir model kurulmuştur. Böylece CCC GARCH Modelindeki ve DAM GARCH Modelindeki sabit varyans sıkıntısı çözülmüştür. Değişen Şartlı Korelasyon (VCC: Varying Conditional Correlation), Tse ve Tsui (2002) tarafından ortaya atılan, çok değişkenli genelleştirilmiş otoregresif şartlı varyans (MGARCH) modellerinin parametrelerinin tahminidir. Şartlı korelasyon parametreleri doğrusal olmayan kombinasyonlar GARCH gibi süreci takip edilen ağırlıklı süreçlerdir.

Bu çalışmada petrol getirileri ile doğalgaz getirileri arasında oynaklık yayılımının olup olmadığı incelenmiştir. RATS programında DCC GARCH, BEKK GARCH ve VECH GARCH modelleri ile hesaplama yapılmıştır. Petrol ve doğalgaz fiyatları dolar cinsinden alınıp getirilere dönüştürülmüştür.

Sonuç olarak, uygulama kısmında ki hesaplamalarla petrol getirilerindeki oynaklığın doğalgaz getirilerini etkilediği, aynı şekilde doğalgaz getirilerindeki oynaklığın da petrol getirilerini etkilediği sonucuna ulaşıldığı görülmektedir.

1. TEK DEĞİŞKENLİ GARCH YÖNTEMLERİ

1.1. EWMA (Exponentially Weighted Moving Average: Üssel Ağırlıklı Hareketli Ortalama) Yöntemi

Oynaklık modellemesi genel olarak zamana göre sabit ve değişken olarak yapılmaktadır. Zamana göre sabit oynaklık modeli, belirli bir zaman sürecinde oynaklığın şartlarından etkilenmeyerek değişmediği oynaklık türüdür. Zamana göre değişen oynaklıkta ise oynaklık, zamana göre ve dönemin koşullarına göre değişmekte ve farklı değerler almaktadır. Zamana göre değişken oynaklık modellemesinin en bilinen yöntemlerinden birisi EWMA yöntemidir. EWMA oynaklık tahmin yönteminde bir veri setinde son dönemdeki hareketlere daha fazla ağırlık verildiği için sürekli değişmekte ve hareketli bir oynaklık elde edilmesi sağlanmaktadır. (Eser, 2010:11)

Bu yaklaşımın sağladığı avantaj, serilerde meydana gelebilecek ani şokları yaygınlık ölçüsünün hesaplamasına hızlı bir şekilde yansıtması, daha sonra üssel olarak azalan ağırlıklarla şokun diğer gözlemler üzerindeki etkisini hızla azaltmasıdır (Altaylıgil, 2008:36). Bu nedenle EWMA yöntemi oynaklığın daha güncel sonuçlarını açıklamaktadır. (Eser,2010:11)

EWMA yöntemi eşitlik (2.1)'de verildiği gibi hesaplanmaktadır:

$$\sigma_t = \sqrt{\mu\sigma_{t-1}^2 + (1 - \mu)r_{t-1}^2} \quad (2.1.)$$

σ_t : t zamanındaki standart sapma, σ_{t-1}^2 : t-1 zamanındaki varyans ve : r_{t-1}^2 : t-1 zamanındaki getiriler.

Formüldeki (μ) ağırlıklandırma formülüdür. 0 ile 1 arasında değer alır. Oynaklığın en iyi şekilde tahmin edilebilmesi için (μ)'nün optimum değer alması gerekmektedir. (Eser, 2010:12)

Yukarıdaki formülde μ ; 0.5'ten küçük ise çok hızlı bir şekilde 0'a gitme söz konusu olmaktadır. Eğer 1'e yakın olursa oldukça yavaş bir şekilde sıfıra gider. Sıfırlanmanın yarı zamanı $h = \ln(0,5)/\ln(\mu)$ olarak ifade edilir. (Altaylıgil, 2008:36)

1.2.ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity: Otoregresif Şartlı Değişen Varyans) Model

Mandelbrot (1963) ve Fama'nın (1965) yaptığı çalışmalardan beri finansal getirilerin zaman içinde birlikte hareket etmediği, ancak birbirinden bağımsız da olmadığı bilinmektedir. Bununla birlikte finansal getiri serilerinin, ardışık bağımlı değişen varyans süreci olarak adlandırılan büyük fiyat değişimlerini büyük değişimlerin, küçük fiyat değişimlerini ise küçük değişimlerin takip ettiği hareketi sergilediği görülmektedir. Finans yazınında bu yapı, serinin değişen varyansa sahip olduğunun bir göstergesi olarak kabul edilmektedir (Su ve Huang, 2010). Değişen varyansa sahip zaman serilerinin sahip olduğu bu özellikleri doğru bir şekilde modellemek amacıyla Engle (1982) tarafından Ardışık Bağımlı Şartlı Değişen Varyans (ARCH) modeli önerilmiştir.

ARCH modeli finansal zaman serilerinde değişkenin oynaklığını elde eder. Bu model, bir önceki araştırmalarda sabit oynaklığın aksine finansal

zaman serilerinin değişen oynaklıkları olmasına rağmen, orada oynaklık olarak yansıyan riskin ölçülmesi için daha iyi bir model gereklidir. (Su ve Huang, 2010:3)

İktisadi değişkenlerin çoğu, zaman serisi şeklindeki verilerden oluşmaktadır. Zaman serisi analizi ise birçok varsayımın gerçekleşmesi durumunda güvenilir sonuçlar vermektedir. Bu varsayımlardan birisi de sabit varyans varsayımdır. Bu nedenle, hata terimlerinin sabit varyansa sahip olup olmadıklarının belirlenmesi ve istatistiksel olarak anlamlılığı önemlidir. Eğer değişen varyans problemi çözülemezse, katsayılar olması gerekenden büyük standart hatalara sahip olacaklardır. Bu durumda istatistiksel testler yanıltıcı sonuçlar verebilecektir. Zaman serilerinin çoğunda sabit varyans varsayımının geçerli olduğu görüldüğü de otokorelasyon sorunu sıklıkla görülmektedir. Zaman serilerinde sabit varyans varsayımı sağlanamadığında seri otokorelasyonlu ise, Engle (1982) tarafından önerilen otoregresif şartlı değişen varyans (ARCH) modeli son yıllarda oldukça sık kullanılmaya başlanmıştır.

Engle (1982) tarafından geliştirilen bu modelden sonra birçok model önerildi. Bu modeller arasında Bollerslev (1986)'in genelleştirilmiş ARCH modeli (GARCH) çok popüler ve başarılı oldu. Çünkü otoregresif hareketli ortalama zaman serileri (ARMA) modeline benzerliği nedeniyle GARCH modeliyle tahmin yapmak daha kolaydır. ARCH ve GARCH modelleri ile birlikte finansal ve ekonomik zaman serileri verilerini analiz etmek, çok yaygın olarak kullanılmaya başlandı (Li, 2002). ARCH ve GARCH modelleriyle ilgili çalışmalardan bazıları Bollerslev, Chai ve Kroner (1992), Bollerslev, Engle ve Nelson (1994), Bera ve Higgins (1993), Fountas, Karanasos ve Mendoza (2004) tarafında yapılmıştır. ARCH ve GARCH modellerinden sonra çok sayıda farklı modeller önerilmeye başlanmıştır. Bunlardan bazıları üstel GARCH (EGARCH) modeli, ARCH-M modeli, eşiksel ARCH (TARCH), bileşke ARCH (C-ARCH) ve asimetrik bileşke ARCH (AC-ARCH), asimetrik PARCH (Power ARCH: Üslü ARCH) modeli, GRJGARCH modeli, olarak yazılabilir (Aktaş ve Akkurt, 2006:88).

1.2.1.ARCH(p) Modeli

Engle (1982,1983) ve Cragg (1982) analizlerinde makroekonomik verilerin zaman serisi modellerinde, değişen varyansın genellikle varsayıldığı gibi sabit olmadığını bazı ekonomik olaylarla kanıtlamışlardır (Greene, 1993:438).

Ekonomik teori şartlı varyanstaki zamana ilişkin değişimleri açıklamada çok sınırlıdır (Bollerslev, 1992:7). Bu sebeple finansal piyasa oynaklığını tahmin etmek için özellikle ARCH yönteminin kullanılması daha uygundur. (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2011) ARCH modelleri zaman serisi yöntemlerindeki sabit varyans varsayımının geçerli olmadığı durumlarda, varyansın gecikmeli öngörü hatalarının karelerinin bir fonksiyonu olarak değişmesine izin vermektedir (Gökçe, 2001:36).

Engle (1982)'in çalışmasından hareketle, birinci dereceden otoregresif model

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada ε_t , $V(\varepsilon_t) = \sigma^2_Y$ ile bir beyaz gürültü sürecini göstermektedir. Modelde Y_t 'nin şartsız ortalaması sıfır iken, şartlı ortalaması, γY_{t-1} 'e eşit olur. Gerekli işlemler yapıldığında Y_t 'nin şartlı varyansı σ^2 ve şartsız varyansı ise $\frac{\sigma^2}{1-\gamma^2}$ olur (Engle, 1982:987). Burada dikkat edilmesi gereken bir husus şartlı öngörü varyansının şartsız öngörü varyansından daha küçük olduğudur. Bu nedenle, Engle'in önerdiği yaklaşımda kullanılan şartlı öngörüler, serilerin bugünkü ve geçmiş gerçekleşen gözlemlerini hesaba dahil etmeleri ve daha küçük öngörü hatası varyansına sahip olmaları nedeniyle tercih edilir. Normallik varsayımı ile Engle tarafından önerilen ARCH regresyon model

$$Y_t | \Psi_{t-1} \sim (x_t^b, h_t) \quad (2.3)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_t = Y_t - x_t^b \quad (2.5)$$

şeklinde. Burada (2.2) numaralı denklem ortalama modeli ve (2.4) numaralı denklem ise varyans modeli olarak adlandırılır. h_t , ARCH modelinde kullanılan şartlı varyans; p , ARCH sürecinin derecesini; α ise bilinmeyen parametrelerin vektörünü gösterir (Engle, 1982:987). Denklem (2.4)'deki ARCH sürecinde yer alan parametrelere ilişkin bazı kısıtlar konulmuştur. Şartlı varyans (h_t) ε_t 'nin gerçekleşen bütün değerleri için pozitif olmak zorundadır. Böylece; $\alpha_0 > 0$ ve $i = 1, 2, \dots, p$ olmak üzere kısıtları söz konusudur. Denklem (2.4)'deki ARCH sürecinde ε_{t-1}^2 , ε_{t-2}^2 , ..., ε_{t-p}^2 değerleri hep pozitif olacağından, bütün ε_t değerleri için şartlı varyans denklemi de sürekli pozitif değer alacaktır. ARCH süreci ile ilgili ikinci bir kısıt ise, α parametrelerinin sabit terim hariç her p birinin veya toplamalarının 1'den küçük, $i \sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$ olması gerekliliğidir. Bu kısıt sürecin kararlılığının sağlanması için gerekmektedir. Aksi halde α parametrelerinin toplamalarının 1'den büyük olması durumunda süreç sonsuz bir varyansa sahip olacaktır (Engle, 1982:993). ARCH (p) süreci, $p=1$ değeri için ARCH (1) süreci olur ve bu süreç,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (2.6)$$

şeklinde gösterilir. ARCH (1) sürecindeki şartlı varyansın negatif olmaması için α_0 ve α_1 'in her ikisinin de pozitif olduğu varsayılır. Yani, $\alpha_0 > 0$ ve $0 < \alpha_1 < 1$ ve olma koşulları vardır (Sevüktekin ve Nargeleçkenler, 2011: 250-251).

ARCH regresyon modelinin asimptotik durumda EKK ve Maksimum Olabilirlik (OLS) tahmin edicileri birbirine yakın sonuçlar vermektedir. Ancak Maksimum Olabilirlik Yöntemi kullanılarak, ARCH kalıntılarına sahip bir doğrusal regresyon modelinin EKK yöntemine göre etkin tahminler vereceği kabul edilir (Nargeleçkenler, 2004:156).

1.2.2. ARCH Testi

ARCH etkisinin varlığını ölçmek için kullanılan ilk test, ε_t^2 serisine olağan *Ljung-Box Q(q)* test istatistiğini uygulamaktır. Temel hipotez, ε_t^2

ε_t^2 serisinin ilk q gecikme için ACF'lerinin (Otokorelasyon katsayısı) 0'a eşit olduğudur (Çil Yavuz, 2015:445).

ARCH testi, hata kareler arasındaki birinci ve daha yüksek dereceden otokorelasyon sürecine dayanmaktadır. ARCH modelleri için EKK hataları kullanılarak LM testinin hesaplanması mümkündür. LM testi için kurulacak hipotezde ARCH etkisinin varlığının tespiti hataların beyaz gürültü sürecine sahip olduğunu ifade eden boş hipoteze karşı, ARCH etkisine sahip hataların varlığını gösteren alternatif hipotez test edilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2011:251).

Genellikle kullanılan test Lagrange Çarpanı yöntemidir. ARCH testi, kalıntı kareler arasındaki birinci ve daha yüksek dereceden otokorelasyon sürecine dayanmaktadır. ARCH modelleri için EKK kalıntıları kullanarak LM (Lagrange Multiplier) testinin yapılması mümkündür. LM testi için kurulacak hipotezde ARCH etkisinin varlığının tespiti kalıntıların beyaz gürültülü sürece sahip olduğunu ifade eden hipotezine karşı, ARCH etkisine sahip kalıntıların varlığını gösteren alternatif hipotez test edilir.

LM Testi Şu Adımlardan Oluşur:

Öncelikle Tek değişkenli model için,

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_q Y_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Modeli EKK ile tahmin edilir. Tahmin edilen modelin kalıntı kareleri olan ε_t^2 'ler bulunur. Bu değerler kullanılarak regresyon modeli kurulur:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{(t-1)}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{(t-2)}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + v_t \quad (2.8)$$

biçiminde tahmin edilerek $LM = (T - p)R^2$ istatistiği hesaplanır. ARCH hatalarının olmadığı H_0 hipotezi asimptotik olarak p serbestlik dereceli χ_p^2 dağılımına sahiptir. H_0 hipotezinin reddedilmesi ile otokorelasyonlu olduğu (en az 1 ARCH parametresinin olduğu) anlaşılan EKK kalıntı kareleri modelde ARCH etkisinin olduğunu gösterir. Modelde ARCH etkisinin varlığı belli olduktan sonra, modeldeki regresyon denklemi ile yardımcı denklem artık ARCH tekniğiyle çözülmelidir (Nargeleçekenler,

2004:157).

1.2.3. ARCH Modelin Özellikleri

1. r birinci dereceden bir tamsayı için, birinci dereceden doğrusal ARCH işlemleri için $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_1 \geq 0$ ile sadece 2 durum var.

$$\alpha_1^r \prod_{j=1}^r (2j - 1) < 1 \quad (2.9)$$

2. Eğer yalnızca karakteristik denklem birim çemberin dışında olursa tüm kökler P . mertebeden doğrusal ARCH süreçleri ile, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0$ kovaryans durağandır.

$$\frac{E(y_t^2)}{1 - \sum_{j=1}^p \alpha_j} = \alpha_0 \quad (2.10)$$

3. Eğer $\alpha_0 > 0$, ve $\alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0$ olursa P . mertebeden doğrusal ARCH modeli düzenlilik koşullarını sağlar. (Engle, 1982:992-993)

1.2.4. ARCH-M (Ortalamada ARCH) Model

Finans teorisi beklenen getiri ile varyans arasında kesin bir pozitif bağlantı olduğunu iddia etmektedir. Bu bağlantı dikkate alınarak geliştirilen Ortalamada ARCH (ARCH-M) modelinde şartlı varyans ya da standart sapma ortalama denkleminde açıklayıcı değişken olarak dahil edilmektedir. Bu model daha çok finansal varlık getirisinin ilgili varlığın beklenen riskiyle bağlantılı olduğu finansal uygulamalarda kullanılmaktadır (Songül, 2010:17).

Engle, Lilien, ve Robins (1987) beklenen getiri ve risk arasındaki ilişkiyi modellemek amacıyla ortalamada ARCH (ARCH-M) ve ortalamada GARCH (GARCH-M) modellerini geliştirmişlerdir. Bu modeller ARCH ve GARCH modellerinin geliştirilmiş halidir.

ARCH ve GARCH modellerinden farklı olarak ARCH-M ve GARCH-M modellerinde oynaklığının ölçüsü şartlı varyans, ARCH ve GARCH süreçlerinin ortalama denkleminde yer almakta, böylece şartlı

varyans ortalamayı da etkilemektedir. Genellikle hisse senedi, faiz oranı ve döviz kuru gibi değişkenlerin modellenmesinde kullanılır.

ARCH (p)-M model;

$$r_t = \lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_m x_m + \varphi \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_{j,t} | F_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (2.14)$$

(2.11) numaralı denklemde yer alan artan getiri veya risk primi, X_k ise $k=1, \dots, m$ olmak üzere m sayıda dışsal değişken, yani değeri önceden belirlenmiş değişkenlerdir. (2.11) numaralı denklemde eşitliğin sağ tarafına bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri de yazılabilir. Değiş-tokuş parametresi φ parametresidir. Getirinin zamanla değişen oynaklığa karşı hassasiyetini gösterir. Merton, Campbell ve Hentschel φ parametresini göreceli riskten kaçınma olarak belirtmişlerdir. Engle, parametresinin büyüklüğünün ve işaretinin, iktisadi anlamda fayda fonksiyonlarına ve varlıkların arz şartlarına bağlı olduğunu göstermiştir. φ , pozitif, negatif ve sıfır olabilir. ARCH-M modelin ortalama denkleminde şartlı varyans yerine şartlı standart sapma da yer alabilir. Bu değer (şartlı standart sapma) risk unsurunu ifade eder (Çil Yavuz, 2015:456-457).

1.2.5. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Model

Glosten, Jagannathan ve Runkle (1993) tarafından önerilen eşik değerli ARCH model oynaklıkta asimetriyi dikkate almıştır. Yani TARCH modelde şok olarak isimlendirilen olumlu ve olumsuz haberlerin oynaklık üzerindeki etkisinin birbirinden farklı yani asimetrik olduğu varsayılır.

$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$ ve $z_t \sim IID(0,1)$ (IID: Bağımsız ve özdeş) olmak üzere, TARCH

modelin şartlı varyans denklemi şöyledir:

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \lambda_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q (\alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \gamma_j D_{j,t-j} \varepsilon_{t-j}^2) \quad (2.15)$$

Burada,

$$D_{t-j} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-j} < 0 \text{ ise} \\ 0 & \varepsilon_{t-j} \geq 0 \text{ ise} \end{cases} \text{ şeklinde ifade edilir.}$$

Şartlı varyansın pozitif olması, $(i=1, \dots, p \text{ ve } j=1, \dots, q)$ için, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_j \geq 0$, $(\alpha_j + \gamma_j) \geq 0$ ve $\beta_i \geq 0$ için, şartların gerçekleşmesine bağlıdır. Modelde yer alan hata terimi ε_t , finans piyasalarında meydana gelen şokları, $D_{(t-j)}$ ise şokların olumsuz ya da olumlu olmasına göre 0 ya da 1 değerini alan dummy değişkeni ifade eder. $\varepsilon_t < 0$ olduğu durumlarda olumsuz haberler, $\varepsilon_t \geq 0$ olduğu durumlarda ise olumlu haberler ifade edilir. Olumlu ve olumsuz haberlerin şartlı değişen varyansta etkileri farklıdır. (2.15) numaralı denkleme bakarsak; burada olumlu haberlerin şartlı değişen varyans üzerindeki etkisi α_j , olumsuz haberlerin şartlı değişen varyans üzerindeki etkisi ise $(\alpha_j + \gamma_j)$ 'e eşittir. Kaldıraç etkisi γ_j parametresi ile alakadardır. $\gamma_j \neq 0$ durumu asimetriyi ifade eder. Bu yüzden $\gamma_j > 0$ ve istatistiksel testler açısından da anlamlı ise seride kaldıraç etkisi vardır.

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i + \sum_{j=1}^q (\alpha_j + 1/2 \gamma_j) < 1 \quad (2.16)$$

şartı geçerliyse, süreç kovaryans durağandır.

TARCH (1,1) modelinin şartlı değişen varyans modeli bu şekilde formüle edilebilir:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 D_{t-1} \quad (2.17)$$

(2.17) numaralı denklemde γ parametresi 0 ise ($\gamma = 0$), TARCH(1,1) modeli GARCH (1,1) modeline dönüşmüş olur. (Çil Yavuz, 2015:465)

1.2.6. PARCH (Power ARCH: Üslü ARCH) Model

Oynaklık kümelenmesi olgusunu yakalamak için Taylor (1986) ve Schwert (1989) şartlı standart sapmayı, hata terimlerinin gecikmeli mutlak değerlerinin bir dağılımı olarak,

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{j=1}^q \lambda_j \sigma_{t-j} \quad (2.18)$$

şeklinde modellemişler. Bu model ve diğer bir kısım benzer modeller Üslü ARCH (PARCH) adı ile Ding ve diğerleri (1993) tarafından,

$$\sigma_t^\gamma = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \delta_i \varepsilon_{t-i})^\gamma + \sum_{j=1}^q \lambda_j \sigma_{t-j}^\gamma \quad (2.19)$$

biçiminde genelleştirilmiştir. PARCH modelinde, standart sapmanın güç parametresi olan γ tahmin edilebilmektedir. Aynı zamanda isteğe bağlı olarak süreçteki asimetriyi yakalamak adına δ parametresi de modele dahil edilmektedir. δ parametresinin istatistiksel testlerin sonucunda anlamlı çıkması, süreçteki asimetriye işaret etmektedir (Songül, 2010:19).

1.3. GARCH (Generalized ARCH: Genelleştirilmiş ARCH) Model

ARCH modelinin tahmin sürecinde şartlı varyans denkleminde yer alan hata terimi karesi değişkenine ilişkin çok sayıda gecikmenin istatistiksel olarak anlamlı çıkmasından dolayı, tahmin edilecek parametre sayısının artması ve ARCH modelin bunu karşılamakta zorlanması GARCH modelin gerekliliğini ortaya çıkarmıştır (Çil Yavuz, 2015:449).

Şartlı oynaklığın daha genel bir formu kalıntı karelerin AR işleminin bir genişletmesi olarak ARMA spesifikasyonuna dayanır. Bollerslev, GARCH modeli ARMA modelini yerine koyarak tanıtır (Kozhan, 2010:83).

Tek değişkenli, otokorelasyonsuz, 0 ortalama bir işlemi düşünelim. Örneğin kalıntıları bir otoregresif süreci temsil edebilir. ε_t bir otoregresif

düzen q şartlı değişen varyans süreci (ARCH (q)) eğer ε_t şartlı dağılımı $\Psi_{(t-1)} = \{\varepsilon_{(t-1)}, \varepsilon_{(t-2)}, \dots\}$, sıfır ortalamaya sahip şartlı varyansa sahipse:

$\sigma_{t|t-1}^2 = Var(\varepsilon_t | \Psi_{t-1}) = E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) = \gamma_0 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \gamma_q \varepsilon_{t-q}^2$ (2.20) yani, $\varepsilon_t | \Psi_{t-1} \sim (0, \sigma_{t|t-1}^2)$. Başka bir ARCH süreci tanımlamak için, oldukça kullanışlı bir yol belirtmek için

$$\varepsilon_t = \sigma_{t|t-1} u_t, \quad u_t \sim i.i.d. (0,1) \quad (2.21)$$

İşte u_t için i.i.d. varsayımı sadece şartlı dağılımın ilk iki anahtarı hakkında önceki tanımından biraz daha kısıtlayıcı tanımlar yapar. Bu şekilde oluşturulan ε_t , ortalama sıfır ve otokorelasyonsuz olacaktır.

(Lutkepohl, 2005:559-560)

(2.21) numaralı modele göre zaman, herhangi bir açıklamada verimli şartlı kovaryans matrisi ve beklenen değişimler değişen bir yapı altında inşa edilmelidir. Az önce belirtildiği gibi, ideal olarak bu amaç için uygun olan bir model, çok değişkenli GARCH modelidir.

ARCH (p) modelinin deneysel uygulamalarında gecikmeler çok gerilere gidebildiği için çok fazla sayıda parametre tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu sıkıntılı durumu giderebilmek için, Bollerslev (1986:308) tarafından Genelleştirilmiş Otoregresif Şartlı Değişen Varyans (GARCH) modeli ortaya atılmıştır (Songül, 2010:14).

r_t logaritmik getiriyi, $\varepsilon_t = r_t - \mu$, t zamanındaki şoku ifade eder. $\varepsilon_t = z_t$, σ_t olmak üzere, GARCH modeli ε_t 'nin şartlı varyansının (σ_t^2) denklemini şu şekilde yazabiliriz:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \lambda_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.22)$$

Şartlı varyans denklemi daha açık bir şekilde;

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \lambda_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \lambda_q \sigma_{t-q}^2 \quad (2.23)$$

ile tanımlanır. Burada ε_t , GARCH (p,q) modeline uygundur. (2.20)

numaralı denklemden de görüldüğü üzere; GARCH modelinin ARCH modelinden farklı olarak şartlı varyans denkleminde şartlı varyansın gecikmelerini de eklemektedir. Bunun sonucunda şartlı değişen varyans modeli, otoregresif (AR) ve hareketli ortalamalar (MA) özelliklerini bir arada taşır. ARCH modelde de olduğu gibi; $\{z_t\}$ sıfır ortalama ve IID dağılan varyansla rassal değişken dizisidir. z_t , normal, student-t ya da genelleştirilmiş hata dağılımlarından birine uygunluk gösterdiği varsayılır. Şartlı varyans denkleminde α_i ARCH parametresi, λ_i ise GARCH parametresidir. Denklemden yer alan parametreler de $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\lambda_j \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^{(\max(p,q))} (\alpha_i + \lambda_i) < 1$ kısıtlamaları geçerlidir. Burada $i > p$ ise $\alpha_i = 0$ ve $j > q$ ise $\lambda_j = 0$ sonucuna varılır (Çil Yavuz, 2015:449).

Değişen varyansa sahip zaman serilerinin sahip olduğu özellikleri doğru bir şekilde modellemek amacıyla önce Engle (1982) Ardışık Bağılanımlı Şartlı Değişen Varyans (ARCH) modelini önermiş, sonrasında ise bu model Bollerslev (1986) tarafından geliştirilmiş ve genelleştirilmiş ARCH (GARCH) modeli ortaya atılmıştır. Bu gelişmelerden sonra, ARCH modeli ve bu modelin çeşitli uyarlamaları, finansal getiri serilerinin oynaklığının modellenmesinde oldukça güçlü yöntemler haline gelmişlerdir (Bollerslev, v.d., 1992:12).

Birçok çalışmada, kalıntı değerlerde görülen ortalama etrafında aşırı basıklığın yanı sıra, şokların neden olduğu oynaklık etkisinin döviz kurunun şartlı varyansında oldukça yüksek olduğu ortaya çıkmıştır.

Ardışık bağılanımlı polinomun birim kök içermesi şartlı varyans tahmininde oynaklık direncinin varlığının göstergelerinden biri olarak kabul edilmektedir. Engle ve Bollerslev (1986) modelin sergilediği bu hareketi “varyansta tümleşme” olarak adlandırmakta ve bu özelliğe sahip finansal zaman serilerinde oynaklık direncinin yakalanabilmesi amacıyla tümleşik GARCH (IGARCH) modelini önermektedir. Diğer taraftan, IGARCH modeli şokların oluşturduğu oynaklık direncini yakalamakta başarılı olamamaktadır. Baille ve diğerleri (1996), karşılaşılan bu problemi çözmek amacıyla kademeli tümleşik GARCH (FIGARCH) modeli adını verdikleri yeni bir model geliştirmiştir. Yapılan çalışmalarda FIGARCH

modelinin döviz kuru oynaklığını tahmin etmekte GARCH ve IGARCH modellerine göre daha üstün olduğu gösterilmiştir. (Baille ve diğ., 1996; Vilasuso, 2002). GARCH modelinde şartlı varyansın pozitif ve negatif şoklara karşı simetrik tepki verdiği görülmektedir. Çünkü GARCH modelinde sadece getirinin büyüklüğünün dikkate alınması, işaretinin ise dikkate alınmamasıdır. Fakat, finansal piyasalarda negatif şokların, aynı büyüklükteki pozitif şoklara oranla oynaklığı daha fazla artırdığı gözlenmekte ve bu durum kaldıraç etkisi olarak adlandırılmaktadır. Söz konusu durum şartlı varyansın modellenmesinde GARCH modelinin zaman zaman yetersiz kalmasına neden olmaktadır. Zaman serilerindeki bu asimetrik özelliğin model tarafından en iyi şekilde yansıtılmasını sağlamak amacıyla Nelson (1991) GARCH modelinin farklı bir uyarlaması olan Üssel GARCH (EGARCH) modelini önermiştir. Şartlı varyansın modellenmesinde kaldıraç etkisinin varlığını göz önünde bulunduran bir diğer model ise birbirinden bağımsız olarak Glosten, Jagannathan ve Runkle (1993) ve Zakoian (1994) tarafından geliştirilen GJR-GARCH modelidir. Son dönemlerde yapılan çalışmalarda farklı modellerin tahmin etme gücünün araştırılması amacıyla söz konusu modellerden elde edilen öngörüler karşılaştırılmakta ve bu yolla oynaklık öngörü modelleri için performans ölçümü yapılmaktadır. Bunu gerçekleştirmek için en iyi olabilecek yöntem, söz konusu modellerin modellemede kullanımının fayda ve maliyetlerinin belirlenmesidir. Fakat fayda ve maliyetlerin belirlenmesi her zaman mümkün olmayabilir. Bu durumlarda, istatistiksel öngörü hatası ölçüm teknikleri kullanılmaktadır (Poon ve Granger, 2003). Finans yazınında en çok kullanılan performans ölçüm yöntemleri Ortalama Mutlak Hata (MAE) ve Ortalama Hata Karesinin Kökü (RMSE)'dür. Farklı döviz kuru oynaklık modellerinin uzun dönem öngörü performanslarını karşılaştırdığı çalışmasında West ve Cho (1995) yedi günlük öngörü evreninde GARCH modelinin diğer modellere kıyasla daha başarılı olduğunu ifade etmektedir. Diğer taraftan, simetrik ve asimetrik şartlı varyans modellerinin performanslarını karşılaştırdığı çalışmasında Balaban (2004) standart GARCH modelini aylık oynaklığın

öngörülmesinde asimetrik modellere kıyasla daha başarılı bulmuştur. Bir performans ölçütü bir modeli en iyi model tayin ederken başka bir ölçüt farklı bir modeli ifade edebilmektedir. (Soytaş ve Ünal, 2010: 123-124)

ARCH süreci açıkça şartsız ve geçmiş hataların bir fonksiyonu olarak zamanla değişen şartlı varyans arasındaki farkın belirlenmesi için Engle (1982) tarafından tanıtıldı. Bu yeni parametrik sınıfın istatistiksel özellikleri Weiss (1986) tarafından incelenmiştir ve son olarak Milhoj (1985) tarafından incelenmiştir. ARCH modelin ampirik uygulamalarında şartlı varyans denkleminde sabit gecikme yapısı, nispeten uzun bir gecikme ve negatif varyans parametresi ile ilgili sorunları önlemek için Engle (1982), Engle (1983) ve Engle ve Kraft (1983) tarafından yapılan tahmindir. Daha uzun bir bellek ve daha esnek bir gecikme yapısı ışığında hem de izin verilen ARCH sınıfı modellerini genişletmek için GARCH model pratik yol olarak görünmektedir (Bollerslev, 1986 :308).

1.3.1.GARCH (1,1) Modeli

Finansal zaman serilerinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılır. GARCH (1,1) modeli ve kısıtlamaları şöyledir:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \lambda_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.22)$$

Şartlı varyans denklemi daha açık bir şekilde;

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \lambda_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \lambda_q \quad (2.23)$$

σ_t^2 'nin 0'dan büyük olabilmesi, yukarıdaki α_i ve λ_i ile ilgili kısıtlamaların gerçekleşmesine bağlıdır. Yaygın kullanılan GARCH (1,1) modeller için $\alpha_i + \lambda_j < 1$ olmalıdır. α_i ve λ_j 'nin toplamının alacağı değer oynaklığın kalıcı ya da geçici olduğunu belirten bilgiler verir. Finansal zaman serilerinin çoğu kalıcı oynaklığa sahip olup, α_i ve λ_j 'nin toplamı 1'e yakındır.

1.3.2.GARCH (1,1) Modeli Özellikleri

ε_{t-1}^2 ve σ_{t-1}^2 'in büyük değerleri büyük bir σ_t^2 'ye sebep olur. Bu ise; bir önceki dönemde gerçekleşen bir şoku yani ε_{t-1}^2 'i, o dönemde başka bir şokun takip etmesi eğiliminin olduğu anlamındadır ki, bu durum finansal zaman serilerinde oynaklık kümelenmesi diye bilinir.

$$\text{Eğer, } 1 - \alpha_1^2 + (\alpha_1 + \lambda_1) > 0 \quad (2.25)$$

ve

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{[E(\varepsilon_t^2)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \lambda_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \lambda_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3 \quad (2.26)$$

ise ARCH model gibi GARCH (1,1) sürecinin kuyruk dağılımı normal dağılımınıninkine daha kalındır. Model, oynaklığın evrimini tanımlamak için kullanılabilecek en basit parametrik fonksiyondur.

GARCH modeli oynaklığı öngörüler için, tekrarlanan koyma işlemi uygulanır. Yüksek frekanslı finansal zaman serilerinin kuyruk davranışlarının normal dağılımındakine daha kalın olduğu bilinmelidir (Çil Yavuz, 2015:452).

1.3.3. Ortalama GARCH Model (M-GARCH)

Finansal bir varlığın getirisi varlığın oynaklığına bağlı ise, bu durumu modellemek için kullanılan model Ortalamada GARCH modelidir. GARCH (p,q)-M (Ortalamada GARCH (p,q)) aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$r_t = \kappa_1 x_1 + \dots + \kappa_m x_m + \varphi \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (2.27)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \lambda_i \sigma_{t-i}^2 \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Yukarıda tanımlanan GARCH (p,q)-M modeli, $d=1, \dots, m$ olmak üzere x_d dışsal değişkenleri ve kendi şartlı varyanslarınca belirlenen

r_t ile gösterilen aşırı getirilerin gerçekleşmesine olanak sağlamaktadır. Şartlı varyans (σ_t^2), geçmiş şartlı varyansların ağırlıklı ortalaması ve ARCH-M modelde olduğu gibi kalıntı karelerinin geçmiş davranışına (ε_{t-i}^2) doğrusal olarak bağlıdır. Sürecin doğru işlemesi için α_0 , α_i ve λ_i parametreleri 0'dan büyük olmalıdır. Yukarıdaki denklem sistemi dikkatli incelenirse, GARCH-M modelin, çok genel olduğu ve diğer değişen varyans modellerine ulaşılmışının mümkün olduğu görülür.

GARCH-M modelinin spesifikasyonu, getiri serileri arasında otokorelasyon olduğunu göstermektedir. Bazı tarihsel hisse senedi getirilerinin otokorelasyonlu olması, risk priminin nedenlerinden biridir.

GARCH-M modeli, GARCH spesifikasyonuna göre iki avantaja sahiptir:

Birincisi, temel GARCH modelinde örnek döneminde ortalama risk priminin sabit olduğu örtük biçimde varsayılır. GARCH-M spesifikasyonu, hızlı geri besleme etkisini işlevsel kılarak bu kısıtlamayı esnetir. Buna göre, ϕ istatistiksel olarak anlamlı olduğu zaman, oynaklık (σ_t^2) risk primine katkı yapar, bu şekilde prim göreceli istikrarsız dönemler ve istikrarlı dönemler arasında farklılaşabilir.

İkincisi, GARCH-M spesifikasyonu, GARCH, ARCH ve yaygın kullanılan geleneksel sabit varyans modellerinin genelleştirilip kullanılmasıdır. GARCH-M modeli, sonraki modelleri kendisinin özel durumları olarak yuvarlar ve bu modellerin geçerli olduğunu (veya olmadığını) varsaymak yerine geçerliliklerin test edilmesine izin verir. (Çil Yavuz, 2015:458-459).

1.3.4. Üstel GARCH (EGARCH) Model

Engle (1982) ve Bollerslev (1986) tarafından sırasıyla tanıtılan ARCH ve GARCH modelleri vardır. σ_t^2 için en yaygın kullanılan özellikler ε_t^2 gecikmeli değerleri σ_t^2 doğrusal yapmayı $\varepsilon_t^2 = \sigma_t^2 Z_t^2$ tanımlanarak

$$E(Z_t) = 0, Var(Z_t) = 1 \quad (2.29)$$

$$\sigma_t^2 = \sigma^2(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \dots, t, X_t, b) \quad (2.30)$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{j=1}^p \alpha_j Z_{t-j}^2 \sigma_{t-j}^2, \quad (2.31)$$

ve

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^q \lambda_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \alpha_j Z_{t-j}^2 \sigma_{t-j}^2 \quad (2.32)$$

sırasıyla w , α_j ve λ_i eksi değerli olmamalıdır. Çünkü (2.31) numaralı denklem, (2.32) numaralı denklemin özel durumudur. Engle ve Bollerslev (1986) GARCH-M modeli ile başka bir denklem ekler:

$$R_t = \alpha + b\sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (2.33)$$

burada α_j^2 , R_t 'nin şartlı varyansı hem de R_t 'nin şartlı ortalaması görevini görür. Örneğin R_p t zamanında bir portföyün getirisi ise, α_j^2 ile ölçülen dönüş oranı riski doğrusal olabilir. Araştırmacılar tarafından yararlı bir biçimde varlık fiyatlama modellerinde yeni ARCH modeli uygulandı. Örneğin; Engle ve Bollerslev zamanla değişen bir şartlı CAPM (Capital Asset Pricing Model: Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli)'i test etmek için çok değişkenli döviz piyasası bağlamında ve Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) GARCH (1,1) risk primi modeli için kullanılan GARCH (1,1) modeli için varlık getirilerinin kovaryansları genişletilmiştir. (Nelson, 1991:348)

Finansal zaman serilerinin modellenmesinde GARCH modelin yetersizliğini ortadan kaldırmak için Nelson (1991:350) EGARCH modelini geliştirmiştir. EGARCH modelde finans piyasalarındaki aşağı ve yukarı hareketlerin finansal varlıkların gelecekteki oynaklığının tahmin edilebilirliği açısından aynı etkiye sahip olmama olasılığı dikkate alınır. Oynaklığın öngörülmesinde aşağı doğru hareketler, yukarı doğru hareketlere göre daha etkilidir. Buna kaldıraç etkisi denir. İlk olarak Black (1976) tarafından ortaya atılmıştır. Piyasaya yansıyan olumsuz haber oynaklığı olumlu haberden daha fazla etkilediği ileri sürülmüştür.

İleri sürülen model EGARCH ile modellenmiştir.

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \lambda_i \ln(\sigma_{t-i}^2) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{i=1}^p K_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \quad (2.34)$$

(2.34) numaralı denklemde görüldüğü gibi, EGARCH modelinde bir zaman serisinin şartlı varyansı, kendi geçmiş değerlerinin ve gecikmeli kalıntıların büyüklüğü işaretinin doğrusal olmayan bir fonksiyonudur. Şartlı varyans denkleminde yer alan $\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}}$ standartlaştırılmış hata terimleridir. Bu standartlaştırılmış kalıntıların kullanılması EGARCH modelinde şokun büyüklüğü ve kalıcılığı hakkında bilgi verir. Eğer $\sum_{i=1}^p \lambda_i < 1$ ise süreç kovaryans durağandır.

EGARCH modeli GARCH modelden ayıran iki temel fark vardır. Birincisi, GARCH modelde olumlu ve olumsuz haberler oynaklık üzerinde aynı etkiye sahip iken, EGARCH modelde farklı etkiye sahiptir. İkincisi, EGARCH modeller önemli haberlerin oynaklığı GARCH modele nazaran daha büyük olmasına imkan tanır. Ama EGARCH modellerin tahmininde yüksek dereceden doğrusal olmayan algoritmanın kullanılmasının gerekliliği, teknik olarak modelin tahminini zorlaştırır (Çil Yavuz, 2015:461,462).

2. ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH YÖNTEMLERİ

Çok değişkenli GARCH modelleri finansal varlıklardaki oynaklıkların birlikte hareketini modellemektedir.

Finansal riskten korunma ve risk yönetimi, portföy seçimi ve portföy dağılımı gibi birçok finansal konularda vurgulanan sonuçlar arasında kovaryanslar veya korelasyonlar hakkındaki bilgilere dayanır. Kullanılan çok değişkenli finansal zaman serilerinde oynaklığın ayrı olarak modellenen bireysel getirilerden ziyade çok değişkenli finansal zaman serilerini kullanmaktadır. Finansal zaman serilerinde oynaklık modellemesi Engle (1982)'ın özgün çalışması ARCH modelin tanımlanmasından beri çok dikkat çeken bir konu olmuştur. Sonrasında, ARCH modelde çok sayıda değişiklikler ve genişlemeler önerilmiştir. Bu öneriler içinde öncelikle tek değişkenli modellemeler önerildi. Örneğin, Bollerslev, Engle ve Nelson (1994), Palm (1996), Sheppard (1996) çalışmalarında tek değişkenli oynaklık modellemeleriyle çalışmışlardır. Getirilerin oynaklık modellemesi temel olarak dikkati değişkenlerin birlikte hareket etmesine çevirir. Çünkü uygulamada bu durum çok önemlidir. Bu yüzden çok değişkenli GARCH modelinin önemi anlaşılır. Çok değişkenli GARCH yöntemi geliştirilir ve kullanılır. Örneğin; varlık fiyatlama, güncel optimal garanti pozisyonu ve tespiti ile ilişkili varlık ödeneği, risk yönetimi ve portföylerdeki varlıkların kovaryansına bağlıdır. Ayrıca çok değişkenli GARCH modelleri çalışmalarda oynaklık yayılımını ve korelasyon ile oynaklık arasındaki etkileri de incelemektedir.

(Silvennoinen ve Terasvirta, 2008:2)

Temel düşünce çok değişkenli GARCH (MGARCH) modelleri tek değişkenli GARCH modellerinin genişletilmesidir ki bir portföyde varlık değerlerinin birlikte hareket etmesi bağımlılık tahmininde önemlidir. Bu özelliği tanımak için bir çok değişkenli model kanalıyla analiz edilmesi farklı tek değişkenli modeller kanalıyla analiz edilmesinden daha güvenilirdir. İlk aşamada bir çok değişkenli GARCH modelinin hangi özelliklere sahip olduğu dikkate alınmalıdır. Ayrıca bir çok değişkenli GARCH model çok sayıda parametreler içerir ve modelin boyutuyla birlikte parametre sayısı hızlıca artar. Bu yüzden model kolayca tahmin edilemez. Fakat model parametrelerinin kolayca yorumlanması sağlanabilir. (Su ve Huang, 2010:6)

Çok değişkenli GARCH modellerinin en belirgin uygulaması farklı değişkenlerin oynaklıkları arasındaki ilişkilerin çalışılması olup, bir değişkenin oynaklığının diğer bir değişkenin oynaklığını etkileyip etkilemediği incelenir. Örneğin bir finansal varlığın oynaklığının diğer bir varlığın oynaklığına şartlı varyans üzerinden doğrudan yayılımı ile şartlı kovaryans üzerinden dolaylı olarak yayılımının incelenmesi veya bir piyasadaki şokların diğer bir piyasanın oynaklığı üzerinde etki oluşturup oluşturmadığı sorularına yanıt aranır (Bauwens v.d., 2006:89).

Tek değişkenli GARCH modelleri yaygın ampirik başarıya sahipken, zamanla değişen ya sınırlı faaliyet alanı ya da önemli sınırlamalardan kaynaklanan problemler çok değişkenli GARCH ile ilişkilendirilmediği gerektirmektedir. Önerilen çok değişkenli GARCH modeli, sıfır beklenen değer ve H_t kovaryans matrisi ile k değerleri ile normal şartlı değişken olduğunu varsayar. Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) çok değişkenli oynaklık modelleri için genel bir çerçevede sağlanan VEC (yarım VEC) olarak tanımlanan modeli önerdiler. Tamamen sınırsız olan VEC model en çok olabilirlik yöntemiyle tahmin edilir. (Engle ve Sheppard, 2001:2)

Çok değişkenli GARCH programı risk yönetimi ve diğer uygulamalarda önemli ölçüde kullanılmasına rağmen ne yazık ki sınırlıdır. (Burns,

2005:1)

GARCH modeli, şartlı varyans, kovaryans ve gecikmeye dayanmaktadır. Baba ve diğerleri, VEC-GARCH modelinin sınırlı bir biçimi olarak adlandırılan BEKK (Baba, Engle, Kraft, Kroner (1987)) modeli gelişmiş ve fazla parametrelili model tahmininde daha az karmaşıklıkla dolayısıyla daha popüler hale geldi. MGARCH modellerinin bir başka sınıfı şartlı standart sapma ve korelasyon içine şartlı kovaryans matrisinin ayrışmasıdır. Bollerslev (1990) şartlı varyansları ve kovaryansı sabit olan Sabit Şartlı Korelasyon (CCC-) GARCH modeli önerdi. Tse ve Tsui (2002) tarafından şartlı varyans ve şartlı korelasyona dayalı VEC (Half-VEC: Yarım VEC) modelini benimseyerek oynaklık ve korelasyonun iletim ve yayılma etkileri araştırıldı. Tse ve Tsui ortaya attıkları model döviz kuru ve borsa indekslerine uygulandı. Engle (2002), Tse ve Tsui (2002) modeline benzer bir Dinamik Şartlı Korelasyon (DCC-) GARCH modelini tanıttı. MGARCH modellerinin uygulamaları yalnızca hisse senedi piyasaları ile sınırlı değildir. Chan ve diğerleri (2005) önde gelen dört ülkenin ülkeler arasında turist varış oranını araştırmak için MGARCH modellerini kullanmışlardır. Ayrıca, MGARCH modelleri yaygın olarak özellikle petrol şoklarının bulaşma etkisi riskten korunma yolları tanımlamak için emtia piyasalarında uygulanmaktadır. Petrol fiyatları ve hisse senedi endeksi piyasasında ya da diğer mali ve makroekonomik değişkenler arasındaki ilişki ile ilgili katkıları da vardır. (Safarzadeh, 2015: 4-5)

Birkaç farklı çok değişkenli GARCH model formülasyonları literatürde teklif edilmektedir ve bunların ilk ortaya atılanları VEC model, DVEC model ve BEKK modelleridir.

Çok değişkenli ARCH-GARCH modelleri özellikle finans piyasasında kullanılan tekniklerdir. Bu tür modellerin çözümü, tek değişkenli ARCH-GARCH modellerinin tahminine göre daha karmaşık yöntemler içermektedir. Bu karmaşık yapıyı hafifletmek ve sistemin bütününe ilişkin daha basit bir yapı ortaya koymak üzere birçok teknik geliştirilmiştir. (Bozkurt, 2009: 128) Bu teknikler aşağıda açıklanacaktır.

2.1. VEC GARCH Modeli

n değişkenden oluşan bir sistemde, tek değişkene ilişkin GARCH tahmini yardımıyla, sıfır ortalamaya sahip hata terimine ilişkin n boyutlu varyans-kovaryans matrisi elde edilmektedir. (Bozkurt, 2009: 128)

Şartlı varyans matrisinin genel bir formülasyonu VEC-GARCH modeli adı altında Bollerslev ve diğerleri (1988) tarafından önerilmiştir. Bu modelde, şartlı varyans ve kovaryansların tamamı, şartlı varyans ve kovaryanslar ile hata karelerinin gecikmeli değerleri ve hataların çarpımlarının doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edilmektedir.

VEC-GARCH modelinde şartlı varyans, A_j ve B_j $(N \times (N+1)/2) \times (N \times (N+1)/2)$ boyutundaki parametre matrisleri olmak üzere,

$$vech(H_t) = c \sum_{j=1}^q A_j vech(\varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j}) + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j}) \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Matris formunda iki değişkenli dışsal etkiler taşımayan VEC-GARCH (1,1) modeli,

$$h_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

VEC-GARCH modeli çok esnek olmasına rağmen, çok sayıda parametre tahmini yapılmaktadır. Bu durumdan dolayı tahmini zordur. Yalnızca varyans-kovaryans matrisi için $((N \times (N+1)/2)2(p+q) + (N \times (N+1)/2))$ adet parametre tahmini gerekmektedir. Bu nedenle, modeldeki değişken sayısına bağlı olarak tahmin edilecek parametre sayısı hızla artmaktadır.

Bollerslev ve diğerleri (1988) tarafından ortaya konulan Köşegen VEC-GARCH (DVEC-GARCH) modelinde denklem (3.1)'deki A_j ve

B_j matrislerinin köşegen matrisler olduğu varsayılmaktadır. Bütün şartlı varyanslar, kendi geçmiş değerlerine ve kendi geçmiş kalıntı terimlerinin karelerine bağlı bulunmaktadır. Benzer şekilde, bütün şartlı kovaryanslar, kendi geçmiş değerlerine ve kendi geçmiş kalıntıların çarpımlarına bağlıdır. Bu durumda tahmin edilecek parametre sayısı $((p+q+1)(N \times (N+1)/2))$ önemli oranda azalmakla birlikte, söz konusu model, farklı şartlı varyans ve kovaryanslar arasında herhangi bir etkileşim olmadığı gibi son derece basitleştirici bir varsayım altında kurulmaktadır.

$$h_t = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

olarak ifade edilir. (Songül, 2010:23)

$$h_{11,t} = c_1 + a_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + b_{11}h_{11,t-1}$$

$$h_{12,t} = c_2 + a_{22}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + b_{22}h_{12,t-1} \quad (3.4)$$

$$h_{22,t} = c_3 + a_{33}\varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{33}h_{22,t-1}$$

şeklindeki diagonal gösterim ile, $\frac{n(n+1)}{2}$ kadar parametre tahmin edilmiş olacaktır. Yalnız bu gösterimde 'nin pozitif belirli olması gerekir. Diagonal VEC gösteriminde bu kısıtlamanın gerçekleşmesinin güçlüğüne yola çıkarak, Engle ve Kroner (1995) BEKK (Baba,Engle,Kraft,Kroner) modelini öne sürmüşlerdir. (Bozkurt, 2009:130) DVECH GARCH modelin sorunlarından birisi oynaklık sıçraması incelemesinde kullanılamamasıdır. Çünkü oynaklık sıçramasını gösteren parametreleri 0 kabul etmektedir.

DVECH modeli iki değişkenli zaman serisi için iyi bir uyum sağlamasına rağmen zamanla değişen kovaryans matrisleri gibi formülasyon verilen PSD (Positive Semi Described: Pozitif Yarı Tanımlı) olması garanti edilemez. (Zivot ve Wang, 2006:487)

VEC-GARCH modelinin olabilirlik fonksiyonu, kalıntıların çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğu varsayımı altında,

$$\sum_{t=1}^T \gamma_t(\theta) = f - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln |H_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t \quad (3.5)$$

şeklinde. Burada θ regresyon modelindeki tüm parametre vektörlerini içermektedir ve yinelemeli olarak tahmin edilmektedir. Her bir yinelemede bütün t değerleri için şartlı kovaryans matrisinin tersinin alınması gerekmekte olup, bu durum büyük N değerleri ağır bir işlemel yük getirmektedir. İkinci bir zorluk problemi ise, kovaryans matrisinin pozitif tanımlılığının sağlanmasıdır. (Songül, 2010:23)

Sonuç olarak bir GARCH işlemini takip eden her bir serinin oynaklığı kovaryans işlemleri de hataların çapraz hareketi yerine bir GARCH modeli de uygulanabilir. (Zivot ve Wang, 2006:499)

2.2. BEKK-GARCH (Baba, Engle, Kraft, Kroner GARCH) Modeli

Önemli ve yaygın olarak kullanılan MGARCH modellerinden birisi BEKK-GARCH (1987) modelidir. BEKK model son halini Engle ve Kroner'in 1995 teki çalışmalarıyla belirlenmiştir. BEKK modeli kovaryans durağan şartlarını doğrulamak için VEC-GARCH modelden daha kolay şeklindedir. BEKK modelinde son değerlerin katsayısı çeşitli parametrelere bağlıdır. Bunlarda denklem (3.6)'da gösterilmiştir. (Safarzadeh, 2015:6)

VEC gösteriminde tüm ε 'lar için pozitif tanımlı olma kısıtı her zaman sağlanamayacağından, Engle ve Kroner (1995) BEKK (Baba, Engle, Kraft, Kroner) –GARCH(1,1) modelini,

$$H_t = c_0^{**} c_0^* + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q a_{ik}^* \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' a_{ik}^* + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q b_{ik}^{**} H_{t-i} b_{ik}^* \quad (3.6)$$

şeklindeki bir gösterimle, yukarıda bahsedilen kısıtı sağlamayı garanti

etmişlerdir. Matris formunda gösterilecek olursa (N=2,K=1) BEKK-GARCH(1,1) Modeli;

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{21,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilir.(Bozkurt, 2009:131)

A ve B diyagonal üçgen olabilir. A ve B diyagonal ise o zaman bu bir çapraz modeldir (Engle, 2002:7).

BEKK-GARCH modelinin kolaylaştırılmış bir versiyonu A_j ve B_j matrislerinin köşegen olduğunu varsayan Köşegen BEKK-GARCH (DBEKKGARCH) modelidir. H_t matrisinin pozitif tanımlılığı sağlanmış olsa dahi, BEKKGARCH modelinin tahmin edilmesi işlemsel bir zorluğa sahip olmaya devam etmektedir. Asıl BEKK-GARCH modelinde ((p+q) $KN^2+(N*(N+1)/2)$) tane parametre tahmini yapılır. Fakat Köşegen BEKK-GARCH modelde daha az parametre tahmini yapılır (Songül, 2010:24). Yalnız DBEKK GARCH modelde oynaklık sıçraması incelenemez. Çünkü oynaklık sıçramasını gösteren parametreleri 0 kabul eder.

BEKK model standardize artıklar bilinmeyen seri korelasyon formunun bir durumu olarak yorumlanabilir (Lahiani ve Guesmi, 2014:4).

2.3. CCC (Constant Conditional Correlation: Sabit Şartlı Korelasyon) GARCH Modeli

Bu model, şartlı korelasyon matrisini sabit olarak kabul eder. Bu durumdan dolayı şartlı kovaryans matrisi (3.8) numaralı denklemdeki şekilde gösterilir. (Anıltaş, 2008:9)

Bu çalışmanın amacı şartlı korelasyon tahminlere şartsız varyans

modelleme değişikliklerinin etkilerinin araştırılmasıdır. (Amado ve Terasvirta, 2011:3)

Bollerslev (1990) tarafından ortaya atılmıştır. Bu modelde şartlı korelasyon matrisinin sabit olduğu varsayılmaktadır. Bu doğrultuda şartlı kovaryans matrisi

$$D_t = \text{diag}(h_{1t}^{1/2}, \dots, h_{Nt}^{1/2}) \text{ ve } P = [\rho_{ij}], \rho_{ii} = 1, i = 1, \dots, N \text{ olmak üzere,}$$

$$H_t = D_t P D_t \quad (3.8)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Şartlı kovaryans matrisinin köşegen dışı elemanları ise $i = j$ ve $i \leq j$, $j \leq N$ olmak üzere,

$$|H_t|_{jj} = h_t^{1/2} h_j^{1/2} \rho_{ij} \quad (3.9)$$

olarak ifade edilir. Genellikle GARCH (p,q) süreci olarak modellenen şartlı varyans, c $N \times 1$ boyutlu bir vektör, A_j ve B_j $N \times N$ boyutlu köşegen matrisler ve $\varepsilon_t^{(2)} = \varepsilon_t \otimes \varepsilon_t$ olmak üzere,

$$h_t = c + \sum_j A_j \varepsilon_{t-j}^{(2)} + \sum_j B_j h_{t-j} \quad (3.10)$$

şeklinde gösterilir. Bu modelde, şartlı korelasyon matrisi pozitif tanımlı ve A_j ile B_j matrislerinin köşegen elemanları sıfırdan büyük olduğunda, şartlı kovaryans matrisi de pozitif tanımlı olmaktadır.

CCC GARCH modelin bir devamı niteliğinde olan Genişletilmiş Sabit Şartlı Korelasyon GARCH (ECCC GARCH) modeli Jeantheau (1988) tarafından ortaya atılmıştır. Bu model gözlemlenen kalıntı kareleri arasındaki otokorelasyonları kapsamlı olarak açıklamaktadır. ECCC GARCH modelinde denklem (3.10)'daki A_j ve B_j matrislerinin köşegen olmaları gerekmemektedir. Dolayısıyla, bütün serilerin gecikmeli kalıntı kareleri ve varyansları bütün şartlı varyans denklemlerinde yer almaktadır. (Songül, 2010:28)

CCC-GARCH modeli sürekli şartlı korelasyon varsayımı gerçekçi

görünmüyor. Model zamanla (3.3) numaralı denklemden farklılaşır. Bu durum şartlı korelasyon matrisinin yardımıyla geliştirebilir.

Bu durumda, h_t düzgün belirlenirse H_t olumlu olur ve şartlı korelasyon matrisi P_t 'deki bütün t 'ler kesin pozitif olur. Şartlı korelasyon matrisi her yineleme sırasında tüm t 'ler için ters olma durumundadır. Ayrıca, bir hesaplama zorluğu ortaya çıkar. (Anıltaş, 2008:9,10)

Y_t , $N \times 1$, boyutunda bir vektör ve H_t şartlı kovaryans matrisi olarak tanımlandığı zaman,

$$y_t = E(y_t | \Psi_{t-1}) + \epsilon_t \quad (3.12)$$

$$Var(\epsilon_t | \Psi_{t-1}) = H_t \quad (3.13)$$

$$\rho_{ijt} = \frac{h_{ijt}}{\sqrt{(h_{iit}h_{jtt})}}, -1 \leq \rho_{ijt} \leq 1 \quad (3.14)$$

H_t pozitif tanımlı olmak üzere, $t-1$ döneminde Y_{it} ve Y_{jt} arasındaki şartlı korelasyon olarak değerlendirilebilir. Ancak şartlı kovaryanslar zamanla birlikte değiştikçe, şartlı korelasyonların da farklılaşacağı beklenir. Ancak bazı durumlarda, şartlı korelasyonların zamandan bağımsız olarak sabit kabul edilebilir. Bu sayede şartlı kovaryanslar,

$$h_{ijt} = \rho_{ijt} \sqrt{(h_{iit}h_{jtt})}, j = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu durum hiç kuşkusuz hesaplamalarda kolaylık sağlayacaktır.

φ_t , pozitif sabit bir sayı ve $\sigma_{it}^2 > 0$ olmak üzere her bir şartlı varyans,

$$h_{iit} = \varphi_t \sigma_{it}^2, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.16)$$

şeklinde belirlenebilir.

$$H_t = D_t R D_t \quad (3.17)$$

şeklindeki tanımlamada, R sabit şartlı korelasyonlar (p_{ijt}), D ise köşegen elemanları şartlı standart sapmalar olan $N \times N$ boyutlu matrisler olmak üzere, aşağıdaki denklem bu şekilde gösterilir:

$$H_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11t}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \sqrt{h_{NNt}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & \rho_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N1} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11t}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \sqrt{h_{NNt}} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} h_{11t} & \dots & \rho_{12t} \sqrt{h_{11t} h_{NNt}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N1} \sqrt{h_{NNt} h_{11t}} & \dots & h_{NNt} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Bu haliyle şartlı kovaryanslar, sabit şartlı korelasyon varsayımı altında, şartlı standart sapmalarca belirlenmektedir (Bauwens, 2003). Tse (2000), BEKK ve faktör yöntemleri ile tahmin edilen MGARCH modelinin parametrelerinin yorumlanmasının güç olduğu ve varyans-kovaryansların gelecek üzerindeki net etkilerinin görülemediğini ileri sürerek, LM (Lagrange Multiplier: Lagrange Çarpanı) testini kullanarak, sabit korelasyon hipotezi altında çok değişkenli GARCH modelini tahmin etmiştir. Sabit korelasyon varsayımı altında, LM testi ile parametreler üzerine konulacak kısıtlamalar yardımıyla modelin tahmin edilebileceğini göstermiştir.

Tse ve Tsui (2002), korelasyonun zaman boyutu içinde sabit değil değişebilir olabileceği varsayımı altında, $H_t = D_t R D_t$ eşitliğinde MGARCH modelini tahmin etmişlerdir. Her bir şartlı varyans tek değişkenli GARCH modeli ile tahmin edilmekte ve şartlı korelasyon matrisi otoregresif hareketli ortalama formu ile ifade edilmektedir. Model VEC gösteriminin bir uzantısıdır. Şartlı korelasyon matrisinin pozitif belirli olmasını sağlamak için sabit şartlı korelasyonlu çok değişkenli GARCH (CCC-M-GARCH) yerine, korelasyonların değişebileceği varsayımı altında oluşturdukları modeli, En Çok Benzerlik (Maksimum Likelihood) yöntemi ile tahmin etmişlerdir.

$$h_{it} = \lambda_{i0} + \sum_{q=1}^{Q_t} \kappa_{iq} \varepsilon_{i,t-q} + \sum_{p=1}^{P_t} \gamma_{ip} h_{i,t-p} \quad (3.19)$$

Durağanlık koşulu,

$$\sum_{q=1}^{Q_t} \kappa_{iq} + \sum_{p=1}^{P_t} \gamma_{ip} < 1 \quad (3.20)$$

ile sağlanmaktadır. Engle (2000) ve Engle-Sheppard (2001), çok değişkenli GARCH modellerinin tahminine yeni bir açılım getirerek, Bollerslev (1990) tarafından öne sürülen sabit şartlı korelasyon varsayımını geliştirmiştir. Şartlı korelasyonun zaman içinde değişebileceğini öngörerek, çok değişkenli bir yapı içinde, ilgili değişkenlerin 0 ortalama ve H_t şartlı varyansı ile normal dağılacığını göstermişlerdir.

$$\frac{r_t}{F_{t-1}} \sim N(0, H_t) \quad (3.21)$$

$$H_t = D_t R_t D_t$$

R_t ; zamana bağlı olarak değişen korelasyon matrisini ifade etmektedir. Tahmin ediciler Lagrange Çarpanı yöntemi ile tahmin edilmekte ve standart GARCH modelinde olduğu gibi, katsayıların sıfır ya da pozitif olması ve katsayıların toplamının birden küçük olması suretiyle durağanlığın sağlanması kısıtları geçerli olmaktadır. (Bozkurt, 2009:134)

CCC-GARCH modeli sabit şartlı korelasyon varsayımı üzerine kurulduğundan gerçekçi bir model olarak değerlendirilmemektedir. Bu çerçevede, söz konusu model şartlı korelasyon matrisinin zamana bağlı olarak farklı değerler alabileceği bir yapıya izin verecek şekilde geliştirilmiştir. (Songül, 2010:29)

2.4. DCC (Dynamic Conditional Correlation : Dinamik Şartlı Korelasyon) GARCH Modeli

CCC-GARCH model hesaplama basitliği nedeniyle önemli bir çekiciliği vardır, fakat birçok çalışmada sabit korelasyon varsayımı çok kısıtlayıcı olduğu tespit edilmiştir. Parametrik dönüşümler kullanarak bu varsayımı rahatlatıcı yol vardır. Engle (2002) şartlı korelasyon GARCH (1,1) ile tanımladığı DCC-GARCH modelini tanıttı. Tse ve Tsui (2002) oldukça benzer bir model sundu. DCC-GARCH modelinde, korelasyon katsayısı dinamik yapısıyla matrisinin tipik bir unsurudur. (Amado ve Terasvirta, 2011:6)

h model için ifade tipik olarak tek değişkenli GARCH modelleri düşünülmektedir, fakat bu modeller kesinlikle diğer değişkenlerin ya da dışsal değişkenlerin fonksiyonlarını içerebilirler. Basit bir R tahmini standart kalıntıların şartsız korelasyon matrisidir. ($H_t = D_t R D_t$) Bu makale, dinamik koşullu korelasyon veya DCC olarak adlandırılan bir tahminci önermektedir. Dinamik korelasyon modeli R zamanın değiştiğini gösteren farklı bir modeldir.

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (3.22)$$

R parametризasyonları H şartlı varyanslar ile birlik olması gerektiğini ve onun dışında yaptığı aynı gereksinimleri vardır. Korelasyon matrisinde R_t matrisi kalır.

R şartlı korelasyon içeren bir korelasyon matrisi olduğu doğrudan bu denklemlerde yeniden görülebilir:

$$E_{t-1}(\varepsilon_t \varepsilon_t') = D_t^{-1} H_t D_t^{-1} = R, \varepsilon_t = D_t^{-1} r_t \quad (3.23)$$

h ifadeler genellikle tek değişkenli GARCH modellerinde düşünülmektedir, fakat bu modeller kesinlikle önceden belirlenmiş değişkenler ya da dışsal değişken olarak sistemdeki diğer değişkenlerin fonksiyonlarını içerebilir.

R standart kalıntıların şartsız korelasyon matrisinin basit bir tahminidir.

Burada DCC tahmincisi önerilmektedir. (Engle, 2002:126).

Matrisler de D_t ve R_t ne temsil ediyor? D_t tek değişkenli GARCH standart varyasyonu değişen bir zaman köşegen matrisidir.

$$D_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{1t}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{2t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{h_{3t}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sqrt{h_{nt}} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

D_t matris elemanlarının özelliklerinden birisi uygun sabit ve sabit olmayan normal dağılım hataları olan olumsuz şartların gereksinimlerini karşılamak GARCH tarifi GARCH (p,q)' tır. Ama tek açıklaması bu değildir. Her varlık ve dizi için gecikme sayısı aynı olması şart değildir.

Ancak, R_t ε_t şartlı korelasyon matrisinin standart hataları:

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & q_{12t} & q_{13t} & \dots & q_{1nt} \\ q_{21t} & 1 & q_{23t} & \dots & q_{2nt} \\ q_{31t} & q_{32t} & 1 & \dots & q_{3nt} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n1t} & q_{n2t} & q_{n3t} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_t = D_t^{-1} r_t \sim N(0, R_t) \quad (3.26)$$

Böylece, şartlı korelasyonun arasında şartlı kovaryansının standartlaştırılmış dağılımlarıdır.

Ayrıca R_t analiz edilmeden önce, H_t kovaryans matrisinin tanımı gereği kesin pozitif olmak zorunda olduğunu hatırlamalıyız. H_t kesin pozitif olmasını sağlamak için lineer cebir temel izlerinden R_t 'ye dayalı bir kuadratik form olduğundan H_t ve R_t pozitif tanımlı olmak zorundadır. Ayrıca şartlı korelasyon matrisi tanımı gereği tüm unsurları eşit ya da birden daha azdır. Bu şartları güvence altına almak için R_t içinde ayrıştırılır

$$R_t = P_t^{*-1} P_t P_t^{*-1} \quad (3.27)$$

P_t bir pozitif tanımlı matris olduğu ve P_t^{*-1} yapısını yeniden

ölçeklendirerek yapısını tanımlayan P_t elemanları $P_{ij} \leq 1$ şartını sağlayan dinamiklerdir. Başka bir deyişle P_t^{*-1} basitçe P_t 'nin çapraz elemanlarının ters karekökü ile ters köşegen matrisidir.

$$P_t^{*-1} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{p_{11t}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{p_{11t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{p_{11t}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{p_{11t}} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

P_t aşağıdaki dinamiklerin olduğunu varsayalım

$$P_t = (1 - \alpha - \lambda)P + \alpha \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} - \lambda P_{t-1} \quad (3.29)$$

Burada $\bar{P}$ bu şartsız kovaryansların standart bozukluklarıdır.

$$P = Cov(\varepsilon_t \varepsilon'_t) = E[\varepsilon_t \varepsilon'_t] \quad (3.30)$$

ve α ve λ sayısal değerlerdir.

İlk bakışta dinamik önerilen yapı karışık gibi görünse bile bu yapı GARCH(1,1) varyans hedeflemesi işlemine benzerdir. Aslında, yukarıda tanımlanan dinamik yapı Skaler GARCH denilen basit çok değişkenli GARCH olduğunu gösterir. Bu yapının tüm korelasyonlarının modeli bir dezavantaj olarak aynı yapı kabul edilebilir, vurgulamak gereken bir gerçektir (Peters, 2008:14).

Önerme 1 (Pozitif Belirlilik) = A gerçek bir simetrik kare matris olsun. Sonra $\beta = A^{*-1} A A^{*-1}$, kesin tanımlı olarak pozitif belirli olur.

İSPAT = Önerme 1 de β 'nin olumlu kesinlikte olması için sadece A'nın pozitif tanımlı olmasının gerekli olduğunu kurar.

A'nın kesin olumlu olduğunu varsayalım. Ayrıca $\beta = A^{*-1} A A^{*-1}$ burada A^* ise aşağıdaki matris gibi tanımlanır.

$$A^* = \begin{bmatrix} \sqrt{a_{11}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \sqrt{a_{22}} & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sqrt{a_{kk}} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

A gerçek simetrik ve pozitif tanımlı olduğundan, P üst üçgen bir Cholesky çarpanlara $A=P'P$ bulunur. Yeniden yazarsak;

$$\beta = A^{*-1'} P' P A^{*-1} = (P A^{*-1})' (P A^{*-1}) \quad (3.32)$$

En sonunda, sıfır olmayan diyagonal elemanları ile hem bir diyagonal matris hem de bir üçgen matris ürünü olan ve mutlaka sıfırdan farklı diyagonal elemanları ile $(P A^{*-1})$ gibi bir üçgen matris olacak ve bu tam rank durumudur.

Önerme 2 (DCC'nin Pozitif Belirliliği) = Şimdi belirteceğimiz tek değişkenli GARCH parametre kısaltmaları (Denklem 1) tüm varlık serileri için uygun ise $i \in [1, \dots, k]$

1) $w_i > 0$
2) $\alpha_{ip} \forall p \in [1, \dots, P_i]$ ve $\beta_{ia} \forall a \in [1, \dots, A_i]$ h_{it} olasılığı pozitif olacak şekildedir.

3) $h_{i0} > 0$

4) Birim çemberin dışında $1 - \sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} Z^p + \sum_{a=1}^{A_i} \beta_{ia} Z^a$

sanal kökleri ve 2. Denklemdaki DCC parametrelerini yerine getirir.

5) $\alpha_x \geq 0 \forall x \in [1, \dots, X_i]$

6) $\beta_y \geq 0 \forall y \in [1, \dots, Y_i]$

7) $\sum_{x=1}^{X_i} \alpha_x + \sum_{y=1}^{Y_i} \beta_y < 1$

8) $R > \delta > 0$

'ın en küçük öz değeri. Sonra H_t bütün t'ler için pozitif tanımlı olacak.

İSPAT= Her bir h_{it} , w'nun bir toplamı olarak kesinlikle pozitif olacaktır, kesin olarak α ve β ile bir pozitif parametredir, öyle ki

$$\sum_{p=1}^{P_t} \alpha_{ip} r_{it-p}^2 + \sum_{a=1}^{A_t} \beta_{ia} h_{it-a}$$

ifadesi 1 olasılıkla yani %100 pozitifdir. A_t , pozitif tanımlı (A) matrisinin ağırlıklandırılmış bir ortalama olarak bütün t değerleri için pozitif tanımlı olacak, pozitif yarı tanımlı matrisler $(\varepsilon_{t-i} \varepsilon'_{t-i})$ ve A_t - pozitif tanımlı matrisler, pozitif parametreler ile ve A_0 , h varsayımı tarafından pozitif olumludur. Önerme 1 tarafından, R_t pozitif tanımlı olacak $H_t = D_t R_t D_t$ ve üç pozitif tanımlı matrisin ürünü olarak pozitif tanımlı olacaktır.

Aslında, şartlı kovaryansın pozitif belirliliği için gerekenler tek değişkenli GARCH işlemi için yapılanlar gibi DCC GARCH için de aynıdır. Önerme 2'de parametre üzerindeki kesinlikler gerekli değildir yalnızca, H_t için pozitif belirliliğin şartlarını taşıması yeterlidir.

Önerme 3 (Tek Değişkenli GARCH Spesifikasyonu) = Eğer $E_{t-1}(r_{it}^2) = h_{it}$, ilk aşama en çok olabilirlik olasılığı kullanılarak tahmin değerleri değerlendirilir, ikinci aşama en çok olabilirlik ϕ ile ilgili kısmi aşama sonrası beklenti sıfır, v.b. .

$$E \left(v_{\phi} \ln f_2(r, \phi_1(\cdot), \psi_2(\cdot)) \right) = 0 \quad (3.33).$$

Kanıt = Parametreler, bilinen bir kovaryans, tutarlı ve asimptotik olarak normal olsa bile, iki parametrelili setler LIML (Limited-Information Maximum Likelihood: Sınırlı Bilgi En çok Olabilirlik) kullanılarak tahmin edilir ve bu yüzden etkin değildir. Fakat, diğerleri arasında Pagan (1986)'ın bir sonucu nedeniyle, Engle ve Sheppard'ın tutarlı olduğu zaman bir kök tahmincisi ile tam verimli bir tahmin elde etmek için ikinci aşama olasılığını kullanmayı gerektiren bir Newton-Raphson algoritması kullanılarak birinci ve ikinci türevlerinin tutarlı tahminler için tek bir adım gerekir. Lemma bir DCC tahmincisi için bir verim ifadesine tam yer veriyor (Engle ve Sheppard, 2001:7).

$$AL_2(r_t) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (k \log(2\pi) + 2 \log|D_t| + \log(|R_t|) + (r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t)) \quad (3.34)$$

Farklılaşan AL_2 parametresi $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k)'$ parametreleriyle uyuşması ile,

$$\frac{\partial AL_2}{\partial \phi} = \frac{\partial AL_2}{\partial H_t} \frac{\partial H_t}{\partial \phi}$$

yukarıda H_t vektörü $(h_{1t}, h_{2t}, \dots, h_{kt})'$ k'ye kadar giden bir vektördür. Yeniden yazılımı,

$$AL_2 = -\frac{1}{2} T k \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(h_{1t}) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(h_{2t}) + \dots \quad (3.35)$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(h_{kt}) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\log(|R_t|) + (r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t)) \quad (3.36)$$

Değişkenlerin yapılan bir değişiklikle $\varepsilon_{it} = h_{it}^{-\frac{1}{2}}$, bu yüzden $E_t \varepsilon_{it}$ 'nin bir vektörü olabilirlik fonksiyonu haline gelir

$$AL_2 = -\frac{1}{2} T k \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(\varepsilon_{1t}^{-2}) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(\varepsilon_{2t}^{-2}) + \dots \quad (3.37)$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(\varepsilon_{kt}^{-2}) + \sum_{t=1}^T (E_t r_t) R_t^{-1} (E_t r_t) \quad (3.38)$$

burada r_t bir köşegen matris, r_{it} ise i^{th} elemanıdır. Bu E_t ile ilgili olarak farklılaşmasıyla,

$$\frac{\partial AL_2}{\partial E_t} 2E_t^{-1} - 2r_t R_t^{-1} E_t r_t \text{ halini alır. Burada } E_t^{-1}, E_t \text{'nin elemanın tersi bir ögeyi ifa}$$

etmektedir. Ve H_t 'ye uymasıyla farklılaşan

$$\frac{\partial AL_2}{\partial E_t} \frac{\partial E_t}{\partial H_t} = 2 \begin{bmatrix} h_{1t}^{-\frac{3}{2}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{1t}^{-\frac{3}{2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h_{1t}^{-\frac{3}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1t}^{\frac{1}{2}} \\ h_{2t}^{\frac{1}{2}} \\ \vdots \\ h_{kt}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} h_{1t}^{-\frac{3}{2}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{1t}^{-\frac{3}{2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h_{1t}^{-\frac{3}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1t}^{\frac{1}{2}} \\ h_{2t}^{\frac{1}{2}} \\ \vdots \\ h_{kt}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Ve $E_{t-1}(r_{it}^2) = h_{it}$ olarak yeniden yazılırsa,

$$\frac{\partial AL_2}{\partial E_t} \frac{\partial E_t}{\partial H_t} = 2 \begin{bmatrix} h_{1t}^{-1} & h_{2t}^{-1} & \vdots & h_{kt}^{-1} \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} h_{1t}^{-1} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & h_{2t}^{-1} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & h_{kt}^{-1} \end{bmatrix} e_t R_t^{-1} e_t \quad (3.40)$$

h_t , r_t 'ye bölünür. Şimdi bu R_t standartlaştırılmış artıklar arasındaki korelasyonun bir tahminidir ve puanlama koşullarından R_t 'nin tahmini, $E_{t-1}(e_t R_t^{-1} e_t) = i$ ve nihayetine göre farklılaşan θ ,

$$\frac{\partial AL_2}{\partial E_t} \frac{\partial E_t}{\partial H_t} \frac{\partial H_t}{\partial \theta} = 2 \left(\begin{bmatrix} h_{1t}^{-1} & h_{2t}^{-1} & \vdots & h_{kt}^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_{1t}^{-1} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & h_{2t}^{-1} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & h_{kt}^{-1} \end{bmatrix} i \right) \frac{\partial H_t}{\partial \theta} = 0 \quad (3.41)$$

(Engle ve Sheppard, 2001:8,9,10).

2.5. DAMGARCH (Dynamic Asimetric Multivariate GARCH: Dinamik Asimetrik Çok değişkenli GARCH) Model

2003 yılında Ling ve McAleer tarafından ortaya atılmıştır (Carporin ve McAleer, 2010:5). Aşağıda, Y_t gözlemlenebilir değişkenlerin bir n-boyutlu vektörü temsil eder. Bu modelin amacı genel bir çerçevede hem çok değişkenli asimetric varyanslar hem de sıçrama etkilerini eşsiz bir sabit ve döngüsel sonucun varlığını sağlamak, parametrelerin ilişkisini araştırmak için Quasi-Maximum Likelihood Estimator (QMLE: Benzer En çok Olabilirlik Tahmincisi)nin asimptotik normallik ve tutarlılık şartlarını türetir.

Birincil odak altında ortalama kalıntıların üzerinde aşağıdaki denklem:

$$Y_t = E[Y_t | I^{t-1}] + \varepsilon_t, \quad E[\varepsilon_t | I^{t-1}] = 0, \quad E[\varepsilon_t \varepsilon_t' | I^{t-1}] = \Sigma_t = D_t R D_t \quad (3.42)$$

Burada I^{t-1} t-1 zamanındaki mevcut grup bilgisi, $E[Y_t | I^{t-1}]$ Y_t şartlı ortalama ve t zamanında n-boyutlu ortalama kalıntı vektörüdür. Ortalama kalıntılar şartlı varyans ve şartlı korelasyon katkıları ile bağlantılı

olarak şartlı kovaryans matrisi vardır. Son olarak, D_t ile gösterilen şartlı dalgalanmaları bir köşegen matristir:

$D_t = \text{diag } \sigma_{1,t}, \sigma_{2,t}, \sigma_{3,t}, \dots, \sigma_{n,t}$ ve R korelasyon matrisidir. Sabit korelasyon matrisi kullanılmalı aksi halde teorik sonuçlar elde edilmemiş olabilir.

DAMGARCH modeli şu şekilde tanımlanır:

$$H_t = X + \sum_{i=1}^s B_i H_{t-i} + \sum_{j=1}^r G_{t-j}^{\rightarrow} \quad (3.43)$$

$$G_{t-j}^{\rightarrow} = \sum_{m=1}^l [A_{m,j} + \Omega_{m,j} G_{t-j-1}] I_j \varepsilon_{t-j} \quad \varepsilon_{t-j} - d_j \odot \varepsilon_{t-j} - d_j \quad (3.44)$$

ve

$$G_{t-j} = \sum_{m=1}^l [A_{m,j} + \Omega_{m,j} G_{t-j-1}] I_j \varepsilon_{t-m} \quad (3.45)$$

$$B_i, i = 1, 2, \dots, s, A_{m,j}, m = 1, 2, \dots, l, j = 1, 2, \dots, r, \Omega_{m,j}, m = 1, 2, \dots, l, j = 1, 2, \dots,$$

r , ve G_t n-boyutlu kare matrisler, X ve $G_t^{\rightarrow}$, n-boyutlu bir vektör olan l nin ε_t değişkenli olasılık yoğunluk fonksiyonu paylaşıtılan alt kümelerin sayısı (diğer bir deyişle, $l-1$ eşik vektörleri olabilir olduğu). Buna ek olarak, ε_t vektörü (her i bileşeni için ε_i) ortak desteğinin (kenarda olan) desteğinin m alt kümesine ait ise doğrulayan bir sayı ya da diyagonal matris göstergesi $d_j = 0$ veya $d_j = d_j$ alt kümesi j üst ya da alt sınırları tanımlayan bir n-boyutlu vektördür. (Carporin ve McAleer: 2010:5,8)

2.6. VCC (Değişen Şartlı Korelasyon: Varying Conditional Correlation) GARCH Model

Değişen Şartlı Korelasyon (VCC) GARCH model şartlı varyanslar, şartlı bir kovaryans ile şartlı doğrusal olmayan fonksiyonlar olarak modellenmiştir. Yani tek değişkenli genelleştirilmiş otoregresif şartlı değişen varyans olarak modellenmiştir, değişen şartlı korelasyon (VCC) çok değişkenli genelleştirilmiş otoregresif şartlı varyans (MGARCH) modellerinin parametrelerinin tahminidir. Şartlı korelasyon parametreleri doğrusal olmayan kombinasyonlar GARCH gibi süreci takip edilen ağırlıklı süreçlerdir (Tse ve Tsui, 2002:3)

VCC GARCH modeli zamanla değişen şartlı korelasyonu tahmin etmek için standartlaştırılmış şokların bir dönüşümünü kullanır. Aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{cases} \Pi_t = (1 - \theta_1 - \theta_2)\Pi + \theta_1\Omega_{t-1} + \theta_2\Pi_{t-1} \\ 1 - \theta_1 - \theta_2 \geq 0 \\ \theta_1 \text{ ve } \theta_2 \geq 0 \end{cases} \quad (3.46)$$

tarafından verilen bir gecikmeli özyinelemeli ikinci dönem tipik eleman tekil olmayan şartlı korelasyon matrisi:

$$\Pi_{ijt-1} = \frac{\sum_{l=1}^M \psi_{it-l} \psi_{jt-l}}{\left\{ \sum_{l=1}^M \psi_{it-l}^2 \sum_{l=1}^M \psi_{jt-l}^2 \right\}^{1/2}} \quad (3.47)$$

$M > m$ olduğu yerde kullanılır. $\theta_1 = \theta_2 = 0$ olduğu zaman, (80) numaralı denklemdeki, CCC modeline eşdeğerdir. Hiçbir standardizasyon bir şartlı korelasyon matrisi tanımını (81) numaralı denkleme göre karşılanmaz çünkü ψ_{jt-l} , ve gerekli serilerin bağımsızlığı Tse ve Tsui tarafından böyle dağıtılacağı varsayılır. DCC GARCH ve VCC GARCH arasındaki birincil yapısal fark, (61) numaralı denklemde de görüldüğü gibi standart dinamik

koşullu korelasyon (dcc) matrisi elde etmektir. Değişen şartlı korelasyon matrisi (61) numaralı denklem kullanılarak yinelemeli hesaplanabilir. Eğer Ω_{it} bağımsız ve özdeş dağıtılmış rasgele vektör dizisi olmaktan ziyade bir otoregresif süreç takip ederse, yani,

$$\begin{cases} \Omega_t = v_t(\Omega_{1t}, \dots, \Omega_{mt})', & v_t \sim iid(0,1) \\ \Omega_{it} = \sum_{l=1}^L \phi_{il} \Omega_{it} + \xi_{it} & \xi_{it} \sim iid(0, \sigma_i^2), i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (3.48)$$

$L \rightarrow \infty$ olduğu zaman aşağıdaki gibi DCC ve VCC için daha dinamik bir model elde edilebilir:

$$X_t = X + \phi_1 \otimes \Omega_{t-1} \Omega'_{t-1} + \phi_2 \otimes X_{t-1} \quad (3.49)$$

ϕ_1 ve ϕ_2 ve $(m \times m)$ matrisler ve $\otimes$ Hadamard (veya öge elemanı tarafından) ürünüdür. (66) numaralı ilk denklem ARCH modellerinden kaynaklanan rastgele bir otoregresif katsayı yaklaşım olarak (yani $m=1$ için) Tsay (1987) tarafından tek değişkenli GARCH literatürde tanıtıldı. Bu tek değişkenli GARCH modelleri için basit bir uzantıdır. Chan ve diğerleri (2003) göstermiştir ki $\phi_{it} = \phi_{1i} \delta_{it}$ ve $\delta_{it} \sim iid(0, \phi_{2i}^{1-1})$, 80. denklemde dinamik koşullu korelasyon matrisinin, Ω_{t-1} , 79. denklemdeki seri korelasyon varlığının bağımsız dağıtımı olmayan standart kalıntıları göstermiştir. GARCH şartlı korelasyon matrisini formül olarak elde edilebilir:

$$\Pi_t = \{(diag X_t)^{1/2}\} X_t \{(diag X_t)^{1/2}\} \quad (3.50)$$

standart kalıntıların vektörünü seri korelasyon tanımının önemi hakkında açıklama yapar.(Lahiani ve Guesmi, 2014:5,6)

3.UYGULAMA

3.1. Geçmişte Yapılan Uygulama Çalışmaları

Bayraç (2010), küresel enerji politikaları ve Türkiye başlıklı petrol ve doğal gaz kaynakları açısından bir karşılaştırma üzerine bir çalışma yapmıştır. Günümüzde küresel enerji politikaları, fosil yakıtlar ve ağırlıklı olarak da, petrol ve doğal gaz tarafından belirlenmekte olduğunu belirtmiştir. Türkiye’de tüketilen birincil enerjinin %39’u petrol, %27’si doğalgaz olduğu ifade edilmiştir. Bayraç, çalışmasının sonucunda petrol ve doğal gazın arama, üretim ve uluslararası pazarlara ulaştırılmasında, bölgesel ve küresel güç çekişmelerin yaşandığı büyük bir rekabet söz konusu olduğunu belirtmiştir.

Villar ve Joutz (2006) petrol ve doğalgaz fiyatları üzerine VECM uygulamasıyla araştırma yapmıştır. Teorik bilgilere göre petrol fiyatlarının doğalgaz fiyatlarını etkilediğini belirtmiştir. VECM uygulamasıyla petrol ve doğalgaz arasındaki kısa vadeli ve uzun vadeli ilişkileri incelemişlerdir. Bazı süreçlerde ayrıştırma görülmüş olabilmesine rağmen petrol ve doğalgaz fiyatlarının kararlı bir ilişkiye sahip olduğu belirtilmiştir. Petrol fiyatlarından ziyade doğalgaz fiyatlarının biraz daha hızlı arttığının görüldüğünü belirtmiştir.

Solak (2012), petrol fiyatlarını etkileyen faktörler makalesinde ABD’nin ana petrol ve doğalgaz üretim sahalarının bulunduğu doğal felaketler kısa vadede petrol ve doğalgaz arzını, dolayısıyla fiyatlarını etkilemiş olabileceğini ifade etmiştir. Her ne kadar alternatif enerji

kaynaklarının fiyatları, doğalgaz örneğinde olduğu gibi petrol fiyatları ile paralellik gösterse ve tam ikame olmasa da petrol fiyatlarını orta ve uzun vadede etkilemiş olacağını ifade etmiştir.

Rosser (2009) doğalgaz fiyatı oynaklığı çalışmasında tarihsel olarak, artırılmış petrol ürünleri ve doğalgazın elektronik güç üretimi, endüstriyel uygulamalar, ticari gibi faktörlerde ikame mallar olduğu için birbirini etkilediğini ileri sürmüştür. Rita ve Katarina kasırgalarının petrol altyapısı ve doğalgaz üretimini olumsuz yönde etkilediğini belirtmiştir.

Fazilah ve Sonal (2009), günlük doğalgaz ve petrol fiyatları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışmalarında her iki değişkenin de birbirini etkilediği sonucuna ulaşmışlardır. Fazilah ve Sonal ayrıca bu iki değişkenin oynaklıklarına dışsal değişkenlerin etkilerini de incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda hem petrol ve doğalgazın birbirini etkilediği hem de dışsal değişkenlerin (kriz, stoklama gibi) petrol ve doğalgaz değişkenlerinin oynaklığını etkilediği sonucuna ulaşmıştır.

Pindykc (2004) Amerika Birleşik Devletleri'nin 1990 ve 2000 arasında karışıkların toplam enerji üretimlerine etkisi ile petrol ve doğalgaz fiyatlarının oynaklığı üzerine çalışmıştır. Çalışma sonucunda Pindykc petrol ve doğalgaz fiyatları oynaklığının genellikle risk şartlarına bağlı olduğunu iddia etmiştir.

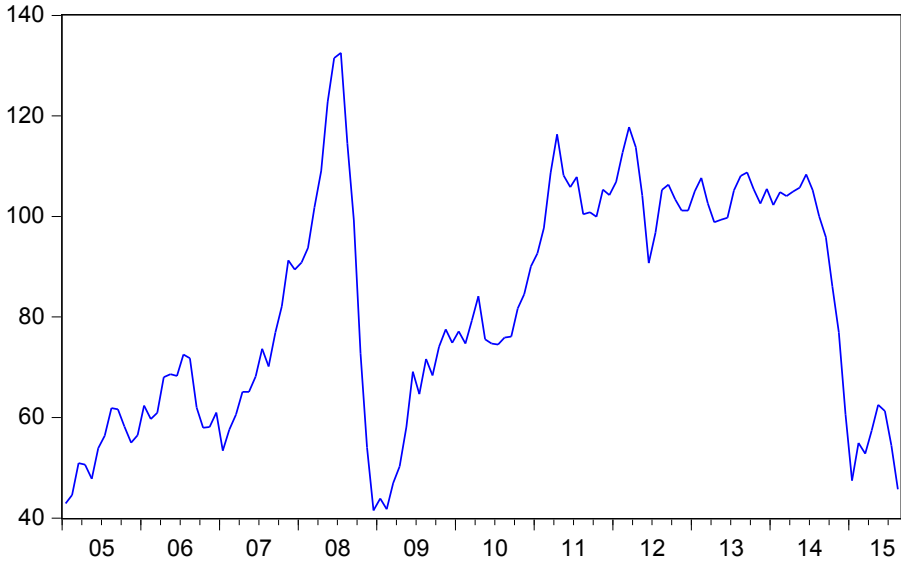
Akgül ve Burucu (2013) petrol ve doğalgaz fiyatları arasındaki nedensellik ilişkisini incelemişlerdir. Dünya genelinde doğal gaz fiyatlarına bakıldığında doğal gaz fiyat formüllerinin petrol ürünlerine bağlı olduğunu ifade etmişlerdir. Doğal gaz fiyatları her ne kadar bazen farklı kriterlere de bağlı olsa bile doğal gaz fiyatları, petrol ürünlerinin fiyat artışıyla orantılı olarak artmaktadır. Sonuç olarak Akgül ve Burucu doğal gaz fiyatları petrol ürünlerinin fiyat artışlarıyla doğrudan orantılı olduğunu söylemişlerdir. Araştırma sonucunda Akgül ve Burucu, 2 gecikmeli modelde petrol fiyatları ve doğalgaz fiyatları arasında çift yönlü nedensellik olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Özbuğday (2015) doğalgaz ve petrol tüketimde birbirlerinin

ikamesi olarak görünse bile üretimde birbirlerinin hem ikamesi hem de tamamlayıcısı olduğunu ifade etmiştir. Bu durumu da petrol talebi arttığında petrolün fiyatını arttırması, daha fazla sondaj ve işgücü talebini oluşturarak bunların maliyetlerinin artmasını sağlar, rezervuarlardan çıkarılan doğalgazın üretimini arttırmasına da bir sebep olduğu için doğalgaz fiyatının düşmesine neden olması düşüncesiyle ifade etmiştir. Doğalgaz ve petrol arasındaki bir bağlantıda sıvılaştırılmış doğalgaz (LNG) fiyatlarının petrol fiyatlarıyla bağlantısı olması ve hesaplanırken petrol fiyatları baz alınması ile arasında pozitif oynaklık sonucuna ulaşmıştır.

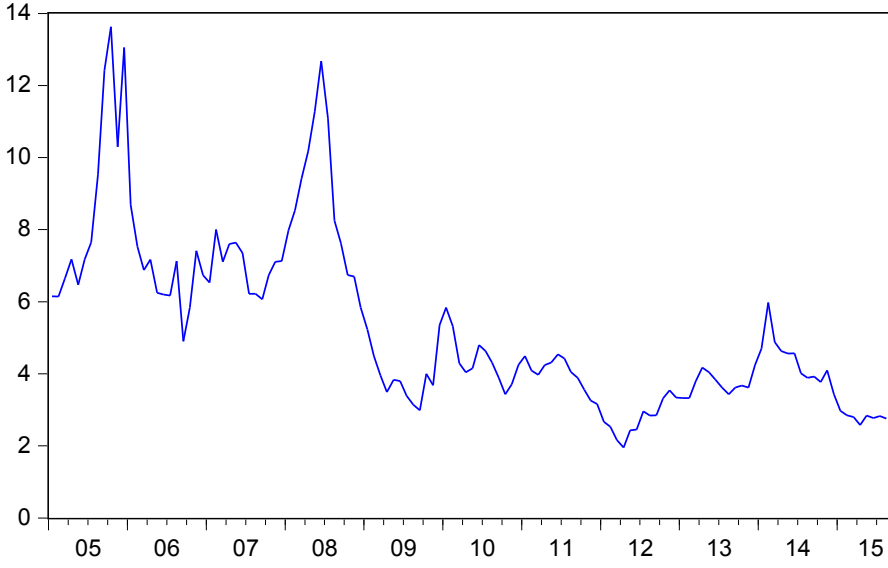
3.2. Çok Değişkenli GARCH Analizi

Bu çalışmada petrol getirilerindeki oynaklığın doğalgaz getirilerini ve doğalgaz getirilerindeki oynaklığın petrol getirilerini etkileyip-etkilemediği incelenmiştir. Veriler; RATS programında BEKK GARCH model, VEC GARCH model ve DCC GARCH model ile analiz edilmiştir. Veriler 2005 Ocak ayından 2015 Ağustos ayna kadar aylık veri olarak düzenlenmiştir. Doğalgaz fiyatları ve petrol fiyatları dolar cinsinden tr.investing.com internet adresinden alınmıştır. Petrol fiyatları ve doğalgaz fiyatları için grafikler aşağıda verilmiştir:



Şekil 1. Petrol Fiyatları Grafiği

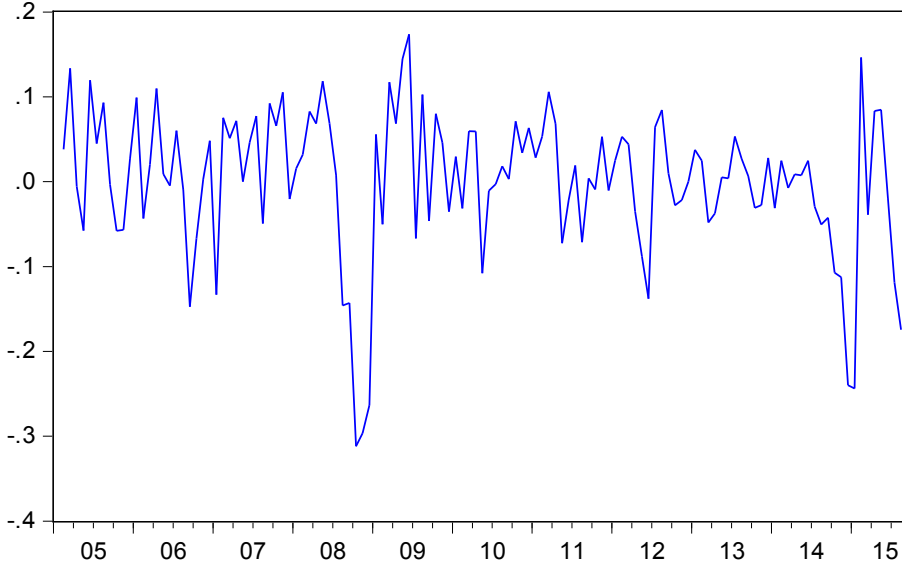
Petrol fiyatları görüldüğü gibi herhangi bir fiyat çevresinde hareket etmemektedir. Belli bir fiyat seviyesinde dalgalanırken 2007 yılında yukarıya doğru, 2008 yılında ise aşağıya doğru ciddi bir kırılma olduğu görülmektedir. Sonrasında tekrar ciddi kırılmalar olduğu görülmektedir.



Şekil 2. Doğalgaz Fiyatları Grafiği

Doğalgaz fiyatları görüldüğü gibi herhangi bir fiyat çevresinde hareket etmemektedir. Yıllar içinde petrol fiyatları serisinde olduğu gibi doğalgaz serisinde de ciddi kırılmalar görülmektedir.

Analizde petrol getirileri hesaplanmıştır. Petrol getirilerinin grafiği şekil 4.3 ‘teki gibidir:



Şekil 3. Petrol Getirileri Grafiği

Grafikte görüldüğü gibi petrol getirileri 0 etrafında hareket etmektedir. Yukarıdaki grafiğe göre petrol getirileri durağan görünmektedir. Serinin grafiğinde petrol fiyatları serisinde herhangi bir kırılma olmadığı görülmektedir. Durağanlık tespiti için birim kök testleri de yapılacaktır.

Petrol getirilerinin birim köklü olup-olmadığı analiz edilmiştir. Augmented Dickey-Fuller (ADF) testi, Zivot-Andrews (ZA) yapısal kırılmalı birim kök testi ve Kwiatkowski, Philips, Schmidt, Shin (KPSS) testi sonuçları 0.05 anlamlılık düzeyi ile Tablo 4.1’de verildiği gibidir.

Tablo 1: Petrol Getirileri Serisi Birim Kök Analizi

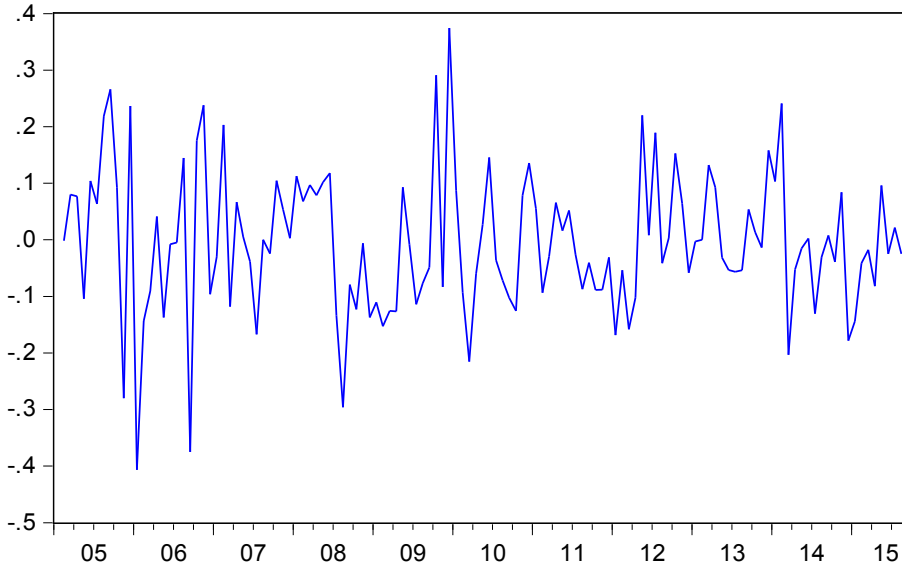
Birim Kök Testleri	0.05 anlamlılık düzeyi			
	Sabitli		Sabitli ve Trendli	
	Test Kritik Değeri	t- istatistiği	Test Kritik Değeri	t- istatistiği
ADF Testi	-7.026585	-2.884477	-7.185389	-3.445877
KPSS Testi	0.219910	0.463000	0.049710	0.146000
ZA Testi	-5.953308	-4.93	-5.887635	-5.08

Yukarıdaki tabloya göre petrol getirileri serisi ADF birim kök testinde 0.05 anlamlılık düzeyinde seri birim köklüdür hipotezi reddedilmiştir. Hesaplanan test kritik değeri t tablosundaki değerin dışına düştüğü için petrol getirileri serisi hem sabitli modelde hem de sabitli ve trendli modelde durağandır.

Petrol getirileri serisi KPSS durağanlık testinde 0.05 anlamlılık düzeyinde seri durağandır hipotezi kabul edilmiştir. Hesaplanan test kritik değeri tablo değerinin dışına düşmediği için petrol getirileri serisi hem sabitli modelde hem de sabitli ve trendli modelde durağandır.

Petrol getirilerinde yapısal kırılmalı birim kök olup-olmadığının incelenmesi için Zivot-Andrews (ZA) yapısal kırılmalı birim kök testi kullanılmıştır. Bu testin sonucunda petrol getirileri serisi 0.05 anlamlılık düzeyinde seri yapısal kırılmalı birim köklüdür hipotezi reddedilmiştir. Hesaplanan Zivot-Andrews test istatistiği tablo değerinin dışına düştüğü için petrol getirileri serisi hem sabitli modelde hem de sabitli ve trendli modelde durağandır.

Doğalgaz getirileri hesaplanmıştır. Doğalgaz getirilerinin grafiği şekil 4.4'deki gibidir:



Şekil 4. Doğalgaz Getirileri Grafiği

Grafikte görüldüğü gibi doğalgaz getirileri de petrol getirileri gibi 0 etrafında hareket etmekte ve hiçbir yılda kırılma göstermemektedir. Yukarıdaki grafiğe göre doğalgaz getirileri durağan görünmektedir. Durağanlık tespiti için birim kök testleri de yapılacaktır.

Doğalgaz getirilerinin birim kök analizi de petrol getirilerinde olduğu gibi analiz edilmiştir. Agumented Dickey-Fuller (ADF) testi, Zivot-Andrews (ZA) yapısal kırılmalı birim kök testi ve Kwiatkowski, Philips, Schmidt, Shin (KPSS) testi sonuçları 0.05 anlamlılık düzeyi ile Tablo 4.2’de verildiği gibidir.

Tablo 2: Doğalgaz Getirileri Serisi Birim Kök Analizi

Birim Kök Testleri	0.05 anlamlılık düzeyi			
	Sabitli		Sabitli ve Trendli	
	Test Kritik Değeri	t-istatistiği	Test Kritik Değeri	t-istatistiği
ADF Testi	-10.73019	-2.884477	-10.69896	-3.445877
KPSS Testi	0.047389	0.463000	0.042587	0.146000
ZA Testi	-11.01309	-4.93	-11.10520	-5.08

Yukarıdaki tabloya göre doğalgaz getirileri serisi ADF birim kök testinde 0.05 anlamlılık düzeyinde seri birim köklüdür hipotezi reddedilmiştir. Hesaplanan test kritik değeri t tablosundaki değerin dışına düştüğü için doğalgaz getirileri serisi hem sabitli modelde hem de sabitli ve trendli modelde durağandır.

Doğalgaz getirileri serisi KPSS durağanlık testinde 0.05 anlamlılık düzeyinde seri durağandır hipotezi kabul edilmiştir. Hesaplanan test kritik değeri tablo değerinin dışına düşmediği için doğalgaz getirileri serisi hem sabitli modelde hem de sabitli ve trendli modelde durağandır.

Doğalgaz getirilerinde yapısal kırılmalı birim kök olup-olmadığının incelenmesi için Zivot-Andrews (ZA) yapısal kırılmalı birim kök testi kullanılmıştır. Bu testin sonucunda doğalgaz getirileri serisi 0.05 anlamlılık düzeyinde seri yapısal kırılmalı birim köklüdür hipotezi reddedilmiştir. Hesaplanan Zivot-Andrews test istatistiği tablo değerinin dışına düştüğü için doğalgaz getirileri serisi hem sabitli modelde hem de sabitli ve trendli modelde durağandır.

Hem petrol getirileri hem de doğalgaz getirileri durağan olduğu için serilerin farkını almadan seviye değerleriyle analize devam edilmiştir. Öncelikle BEKK-GARCH model kullanılmıştır. Sonuçlar Tablo 4.3’de verilmiştir.

Tablo 3: BEKK GARCH Modeli Sonuçları

En çok Olabilirlik Kat-sayısı		240.6645		
Değişken	Katsayılar	Std. Hatalar	t-İstatistiği	Anlamlılık Düzeyi
Ortalama (Petrol)	0.005638285	0.005569137	1.01242	0.31133906
Ortalama (Doğal-gaz)	-0.005799943	0.010872094	-0.53347	0.59370782
C (1,1)	0.021011457	0.008886033	2.36455	0.01805205
C (2,1)	-0.039927472	0.014559726	-2.74232	0.00610063
C (2,2)	-0.000000547	0.034522784	-1.58475	0.99998736
A (1,1)	0.664297274	0.108923001	6.09878	0.00000000
A (1,2)	0.177303243	0.158311942	1.11996	0.26273027
A (2,1)	-0.105083250	0.062513164	-1.68098	0.09276720
A (2,2)	0.319609216	0.100768832	3.17171	0.00151546
B (1,1)	0.729603021	0.089892782	8.11637	0.00000000
B (1,2)	-0.086626828	0.131814017	-0.65719	0.51105888
B (2,1)	0.093461823	0.036738906	2.54395	0.01096078
B (2,2)	0.885679793	0.056872563	15.57306	0,00000000

(4.1) numaralı Denklemdaki BEKK GARCH modeline baktığımızda C varyansın sabitini, A ARCH parametrelerini ve B de GARCH parametrelerini göstermektedir.

Yukarıdaki sonuçlara göre petrol getirilerinin ARCH (1,1) değeri A (1,1) katsayısı olan 0.664297274 bulunmuştur. Bu 0.664297274 değeri istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Aynı şekilde doğalgaz getirilerinin ARCH (1,1) değeri A (2,2) katsayısı olan 0.319609216 bulunmuştur. 0.319609216 değeri de istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur.

BEKK GARCH modelde petrol getirilerinin GARCH (1,1) değeri B (1,1) katsayısı olan 0.729603021 bulunmuştur. Bu 0.729603021 değeri istatistiksel olarak anlamlıdır. Aynı şekilde doğalgaz getirilerinin GARCH (1,1) değeri B (2,2) katsayısı olan 0.885679793 bulunmuştur. Bu 0.885679793 değeri istatistiksel olarak anlamlıdır.

Oynaklık sıçramasında ise, ARCH katsayılarında petrol getirilerindeki oynaklığın doğalgaz getirilerini etkileyip-etkilemediğini gösteren A (1,2) parametresi istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Dolayısıyla petrol getirilerindeki oynaklık doğalgaz getirilerini BEKK ARCH modele göre etkilememektedir. Doğalgaz getirilerindeki oynaklığın petrol getirilerini etkileyip-etkilemediğini gösteren A (2,1) parametresi de 0.05 anlamlılık seviyesinde etkilememektedir.

Aynı şekilde GARCH modeldeki oynaklık katsayılarına bakarsak B (1,2) parametresi istatistiksel olarak anlamsız olup BEKK GARCH modele göre petrol getirilerinin doğalgaz getirilerini etkilemediği sonucuna ulaşılmıştır. B (2,1) parametresi ise istatistiksel olarak anlamlı bulunup katsayısı 0.093461823 bulunmuştur.

Bu analizin sonucuna göre petrol getirilerindeki oynaklık doğalgaz getirilerini etkilemezken, doğalgaz getirilerindeki %1’lik oynaklık petrol getirilerini 0.093461823 etkilemektedir.

VECH GARCH modeli sonuçları Tablo 4.4’te verilmiştir.

Tablo 4: VECH GARCH Modeli Sonuçları

En çok Olabilirlik Katsayısı		247.0511		
Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t-İstatistiği	Anlamlılık Düzeyi
Ortalama (Petrol)	0.008840253	0.006914465	1.27852	0.20106758
Ortalama (Doğalgaz)	0.004178188	0.005822215	0.71763	0.47298630
C (1,1)	0.000716100	0.000296632	2.41410	0.01577392
C (2,1)	0.000524984	0.000274488	1.91260	0.05579980
C (2,2)	0.002838957	0.000460183	6.16920	0.00000000
A (1,1) (1)	0.268205005	0.019465187	13.77870	0.00000000
A (1,1) (2)	0.067972059	0.032797590	2.07247	0.03822152
A (1,1) (3)	0.014060051	0.011590762	1.21304	0.22511476
A (2,1) (1)	0.164162244	0.006685406	24.55531	0.00000000
A (2,1) (2)	-0.015821253	0.039468388	-0.40086	0.68852404
A (2,1) (3)	-0.038204556	0.011337515	-3.36975	0.00075237
A (2,2) (1)	-0.129833550	0.000833180	-155.82886	0.00000000
A (2,2) (2)	0.289352233	0.004880119	59.29204	0.00000000
A (2,2) (3)	0.168173663	0.027777861	6.05423	0.00000000
B (1,1) (1)	0.562477271	0.041604105	13.51975	0.00000000
B (1,1) (2)	-0.089530948	0.099080361	-0.90362	0.36619719
B (1,1) (3)	0.007721702	0.017783459	0.43421	0.66413813
B (2,1) (1)	0.017040386	0.039119744	0.43560	0.66313022
B (2,1) (2)	0.447562198	0.080968886	5.52758	0.00000003

Tablo 4: VECG GARCH Modeli Sonuçları (Devamı)

B (2,1) (3)	-0.007542761	0.016277479	-0.46339	0.64308746
B (2,2) (1)	0.063612713	0.001449983	43.87136	0.00000000
B (2,2) (2)	0.220547236	0.004962643	44.44149	0.00000000
B (2,2) (3)	0.607486680	0.002432350	249.75303	0.00000000

(4.2) numaralı denklemde görüldüğü gibi C varyansların sabiti, A ARCH parametreleri ve B ise GARCH parametrelerini göstermektedir.

VECG GARCH modelinde petrol getirilerinin ARCH değeri olan A (1,1) (1) katsayısı 0.268205005 değeri istatistiksel olarak anlamlıdır. Doğalgaz getirilerinin ARCH değeri olan A(2,2)(3) katsayısı 0.168173663 değeri de istatistiksel olarak anlamlıdır. VECG GARCH modelinde petrol getirilerinin GARCH değeri olan B(1,1) (1) katsayısı 0.562477271 değeri istatistiksel olarak anlamlıdır. Doğalgaz getirilerinin GARCH değeri olan B (2,2) (3) katsayısı 0.607486680 değeri de istatistiksel olarak anlamlıdır.

VECG GARCH modeli oynaklık sıçramalarında ise petrol getirilerindeki oynaklık doğalgaz getirilerini etkilemektedir. B (2,2) (1) parametresi anlamlı olduğu için petrol getirilerindeki %1'lik oynaklık doğalgaz getirilerini 0.063612713 etkilemektedir. Doğalgaz getirilerindeki oynaklık petrol getirilerini B (1,1) (3) parametresi anlamsız olduğu için etkilememektedir.

DCC GARCH modeli sonuçları Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 5: DCC GARCH Modeli Sonuçları

Değişken-ler	Katsayılar	Std. Hatalar	t-İstatistiği	Anlamlılık Düzeyi
Ortalama (petrol)	0.004143424	0.006555154	0.63209	0.52733040
Ortalama (Doğalgaz)	-0.007401887	0.010099930	-0.73287	0.46364063
C (1)	0.003281217	0.000450230	7.28787	0.00000000
C (2)	0.007936285	0.000887520	8.94209	0.00000000
A (1,1)	0.072874595	0.023548282	3.09469	0.00197020
A (1,2)	-0.011789593	0.021887082	-0.53866	0.59012471
A (2,1)	-0.061291389	0.030240006	-2.02683	0.04267968
A (2,2)	0.070111808	0.033038004	2.12216	0.03382461
B (1)	0.401890786	0.061252585	6.56121	0.00000000
B (2)	0.444749065	0.055125774	8.06790	0.00000000
D (1)	0.049101987	0.023463310	2.09271	0.03637473
D (2)	0.020747305	0.085023210	0.24402	0.80721587
DCC (A)	-0.000000001	0.092965778	-9.51033e-09	0.99999999
DCC (B)	0.381204550	0.548872525	0.69452	0.48735433

Yukarıdaki tablo VARIANCES=KOUTMOS seçilerek kullanılan bireysel hesaplanmış varyanslardan oluşan bir DCC modelidir. (VARIANCES=KOUTMOUS, Koutmous (1996) tarafından tanıtıldı.) Bu bir asimetrik varyans (EGARCH)ın genişletilmiş halidir. Fakat kalıntılar arasındaki oynaklık sıçramasına izin vermektedir. Varyans yinelemeyi

dikkate alır.

EGARCH model A değerlerinin köşegen dışı olmamış durumudur. Yukarıdaki sonuçlarda A (1,1) katsayısı petrol getirilerinin ARCH (1,1) sonucunu vermektedir. Petrol getirileri ARCH (1,1) modelinin sonucu 0.072874595 bulunmuştur. İstatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. A (2,2) katsayısı doğalgaz getirilerinin ARCH (1,1) sonucunu vermektedir. Doğalgaz getirileri ARCH (1,1) modelinin sonucu 0.070111808 bulunmuştur. İstatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur.

Oynaklık sıçramasında ise, petrol getirilerindeki oynaklığın doğalgaz getirilerini etkileyip-etkilemediğini gösteren A (1,2) parametresi istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Yani DCC modelde petrol getirilerindeki oynaklık doğalgaz getirilerini etkilemez sonucuna ulaşılmıştır. Doğalgaz getirilerindeki oynaklığın petrol getirilerini etkileyip-etkilemediğini gösteren A (2,1) parametresi ise istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. DCC modeline göre doğalgaz getirilerindeki 'lik oynaklık petrol getirilerini -0.061291389 etkilemektedir.

SONUÇ

Bu çalışmada VECM GARCH modele göre petrol getirilerindeki oynaklığın doğalgaz getirilerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. BEKK GARCH modelde ise doğalgaz getirilerindeki oynaklığın petrol getirilerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Petrol ve doğalgazın birbirini etkilemesi iktisadi olarak da beklenen bir durumdur.

Petrol fiyatları ile doğalgaz fiyatlarının belirlenmesinde arz, talep, ulaşım maliyeti, doğal felaketlerin kaynakların bulunduğu bir alanda meydana gelmesi gibi durumlar etkili olduğu gibi siyasi durumlar, ekonomik ve siyasi gücü elinde bulunduran devletlerin çıkarları, petrol ve doğalgaz rezervlerini elinde bulunduran ülkelerin tutumu gibi durumlarda bu duruma sebep olabilmektedir.

Oynaklık modellerinde, özellikle de oynaklık sıçramasında kullanılan BEKK GARCH ve VECM GARCH modellerinin birbirlerinden farklı sonuçlar vermesi tespit edilebilmektedir.

DCC modelde ise ARCH parametreleri arasında oynaklık sıçramasına bakılmıştır. Bu modelde de BEKK GARCH modelde olduğu gibi doğalgaz getirilerindeki oynaklığın, petrol getirilerini etkilemekte olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ülkemizde de çok fazla tüketilen petrol ve doğalgaz politikalarında; ikame malları olarak kullanılan durumlarda, petrol ve doğalgaz fiyatlarındaki oynaklıklara dikkat edilerek karar verilmesi daha doğru olacaktır. Çünkü her iki değişkenin de oynaklık sıçramasında birbirini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Enerji kaynakları yönünden ülkemizin yenilenebilir enerji kaynaklarına yönelmeye devam etmesi ve bunların altyapısının sağlamasından sonra enerji ürünlerindeki fiyat oynaklıkları ülkemizi daha az etkileyeceği düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

- Akgül, Sevim ve Burucu, Hümeysra (2013), “**Petrol ve Doğal Gaz Fiyatları Arasındaki İlişki**”, **Sosyal ve Beşeri Bilimler Dergisi**, Cilt 5, No:1
- Aktaş, Cengiz ve Akkurt, Hülya (2006), “ARCH Modelleri ve Türkiye’ye Ait Otomobil Üretimi Verilerinin Farklı Varyanslığının İncelenmesi”, *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*,.
- Altaylıgil, Y. Barış (2008), “GRAW ve EWMA ile Riske Maruz Değer: Altın Getirisi İçin Bir Uygulama”, *Sosyal Bilimler Dergisi*, dergipark.gov.tr, (1)
- Amado, Cristina and Terasvirta, Timo (2011), “Conditional Correlation Models of Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Nonstationary GARCH Equations”,
- Anıltaş, Mustafa (2008), *A Survey of Multivariate GARCH Models*, Bilkent Üniversitesi, Ekonomi ve Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara.
- Baille, Richard T., Bollerslev, Tim and Mikkelsen, Hans Ole (1996), “Fractionally Integrated Genaralized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, Vol. 74
- Balaban, Ercan (2004), “Comparative Forecasting Performance of Symmetric and Asymmetric Conditional Volatility Models of an Exchange Rate”, *Economics Letters*, vol. 83.
- Bauwens, Luc, Lubrano, Michel, Kirman, Alan and Protopopescu (2003), Camelia, “Ranking Economics Depatments in Europa: A Statistical Approach”, *Journal of the European Economic Association*, Vol. 1.
- Bauwens, Luc, Laurent, Sebastien and Rombouts, Jeroen V. K. (2006), “Multivariate GARCH Models: A Survey”, *Journal of Applied Econometrics*, 21.
- Bayraç, H. Naci (2010), “**Küresel Enerji Politikaları ve Türkiye: Petrol ve Doğalgaz Kaynakları Açısından Bir Karşılaştırma**”, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10 (1).
- Bera, Anil K. and Higgins, Matthew L. (1993), “ARCH Models: Properties,

Estimation and Testing”, Journal of Economic Surveys ,Vol. 7.

- Bollerslev, Tim (1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics* , 31. North-Holland.
- Bollerslev, Tim, Engle, Robert and Wooldridge, Jeffry M. (1988), “A Capital Asset Pricing Model with Time-varying Covariances”, *Journal of Political Economy*, vol.96.
- Bollerslev, Tim (1990), “Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model”, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 72.
- Bollerslev, Tim, Chou, Ray Y. and Kroner, Kenneth F. (1992), “ARCH Modelling in Finance”, *Journal of Econometrics*, Vol. 52.
- Bozkurt, Hilal (2009), “M-GARCH Modellerinin Karşılaştırmalı Analizi”, *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi* , (18).
- Burns, Patrick (2005), “Multivariate GARCH with Only Univariate Estimation”, www.burns-stat.com
- Caporin, Massimiliano and McAleer, Michael (2010), “Thresholds, News Impact Surfaces and Dynamic Asymmetric Multivariate GARCH”, University of Padova, *Erasmus University Rotterdam and Tinbergen Institute*, Padova.
- Çil Yavuz, Nilgün (2015), “Finansal Ekonometri”, İstanbul: DER Yayınları.
- Ding, Zhuangxin, Granger, Clive W.J. and Engle Robert F. (1993), “A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model”, *Journal of Empirical Finance*, Vol. 1.
- Engle, Robert F. (1982), “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”, *Econometrica*, Vol. 50, No. 4.
- Engle, F. Robert, Hendry, David F. and Richard, Jean-Francois (1983), “Exogeneity”, *Econometrica* , Vol. 51, No. 2.
- Engle, Robert F. and Bollerslev, Tim (1986), “Modelling the Persistence of Conditional Variances”, *Econometric Reviews*, Vol. 5.
- Engle, F. Robert, Lilien, D. M. and Robins, R. P. (1987), “Estimating Time-Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH –M Model”, *Econometrica*, Vol. 55.
- Engle, F. Robert, Bollerslev, Tim and Nelson, Daniel B. (1994), “ARCH Models”, *Handbook of Econometrics*, Vol. 4.
- Engle, Robert F. and Kroner, Kenneth F. (1995), “Multivariate Simultaneous Generalized ARCH”, *Econometric Theory*, Vol. 11.

- Engle, Robert F. (1999), "Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class Of Multivariate GARCH Models", *Forthcoming Journal of Business and Economic Statistics*.
- Engle, Robert F. (2000), "Financial Econometrics- A New Discipline with New Methods", *UCSD and NYU*.
- Engle, Robert F. and Sheppard, Kevin (2001), "Theoretical and Empirical properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH", *University of California at San Diego*.
- Eser, Özgür (2010), *Piyasa Riski Ölçümü Olarak Riske Maruz Değer ve Hisse Senedi Portföyleri için Bir Uygulama*, Kadir Has Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.
- Fama, Eugene F. (1965), "The Behavior of Stock-Market Prices", *The Journal of Business*, Vol. 38, No. 1.
- Fazilah, S. and Sonal, B. (2009), "Performance and Volatility of Oil and Gas Stocks: a Comparative Study on Selected O&G Companies", *International Business Research*, Vol:2 No:4.
- Glosten, Lawrence R., Jagannathan, Ravi and Runkle, David E. (1993), "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", *The Journal of Finance*, Vol. 48.
- Gökçe, Atilla (2001), "İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getirilerindeki Volatilitenin ARCH Teknikleri ile Ölçülmesi", *Gazi Üniversitesi İİBF Dergisi*, 3: 1.
- Greene, Warner C., Sun, Shao-Cong and Ganchi, Parham A. (1993), "NF-KB Control Expression of Inhibitor Ikba: Evidence for an Inducible Autoregulatory Pathway", *Science*, Vol. 259.
- Karnasos, Menelaos, Mendoza, Alfonso and Fountas, Stilianos (2004), "Output Variability and Economic Growth: the Japanese Case", *Bulletin of Economic Research*, Vol. 56.
- Kozhan, Roman (2010), *Financial Econometrics- with Eviews*, Ventus Publishing.
- Lahiani, Amine and Guesmi, Khaled (2014), "Commodity Price Correlation and Time varying Hedge Ratios", *IPAG Business School*, 184.
- LING, Shiqing and MCALEER, Michael, "Asymptotic Theory for A Vector ARMA-GARCH Model", *Econometric Theory*, Vol. 19, 2003.
- LUTKEPOHL, Helmut, *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, 2005.
- MANDELBROT, Benoit, "The Variation of Certain Speculative Prices", *The Journal of Business* Vol.36, No.4, 1963.

- MILHOJ, Andres, “The Moment Structure of ARCH Processes”, **Scandinavian Journal of Statistics**, vol. 12, no. 4, 1985.
- MINOVIC, Jelena Z, “Computer Program for Estimation Multivariate Volatility Processes Using DVEC Model”, **Managemement Information Systems**, Vol. 3, 2008.
- NARGELEÇEKENLER, Mehmet, “Euro Kuru Satış Değerindeki Volatilitenin ARCH ve GARCH Modelleri ile Tahmini”, İktisat Fakültesi Mecmuası, 2004.
- NELSON, Daniel B., “Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach”, **Econometrica**, Vol. 59, No:2, 1991.
- ÖZBUĞDAY, Fatih Cemil, Doğalgaz ve Petrol Fiyatları: Karmaşık Bir İlişki (mi?), www.tenva.org, 2015.
- PALM, F. C., “7 GARCH Models of Volatility”, **Handbook of Statistics**, Vol. 14, 1996.
- PETERS, Therese, “Forecasting the covariance matrix with the DCC GARCH model”, **Mathematical Statistics Stockholm University**, 2008.
- POON, S. H. and GRANGER, C. W. J., “Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review”, **Journal of Economic Literature**, 2003.
- PINDYCK, R.S., “Volatility on Natural Gas and Oil Markets”, **The Journal of Energy and Development** Vol: 31 No:1, 2004.
- ROSSER, Andrew, **Natural Resource Wealth, Development and Social Policy: Evidence and Issues**, Financing Social Policy, Palgrave Macmillan, London, 2009.
- SAFARZADEH, Omid, Model Selection Criteria for Multivariate GARCH Model, Sosyal Bilimler Enstitüsü, **Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi**, İzmir Ekonomi Üniversitesi, 2015.
- SEVÜKTEKİN, Mustafa ve NARGELEÇEKENLER, Mehmet, “İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Getiri Volatilitelerinin Modellenmesi ve Ön raporlanması”, **Ankara Üniversitesi SBF Dergisi**, 2011.
- SILVENNOINEN, Annastiina and TERASVIRTA, Timo,” Multivariate GARCH Models”, **SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance** No. 669, 2008.
- SOLAK, Ali Osman, “Petrol Fiyatlarını Belirleyici Faktörler”, **Uluslararası Alanya İşletme Fakültesi Dergisi**, C:4, 2012.
- SONGÜL, Hüseyin, “Otoregresif Şartlı Değişen Varyans Modelleri: Döviz Kurları Üzerine Uygulama”, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü Ankara, **Uzmanlık Yeterlilik Tezi**, 2010.
- SOYTAS, Uğur ve ÜNAL, **Özlem Serpil**, “Türkiye Döviz Piyasalarında Oynaklığın

Öngörülmesi ve Risk Yönetimi Kapsamında Değerlendirilmesi”, Celal Bayar Üniversitesi İ.İ.B.F Dergisi, 2010.

- SU, Wenjing and HUANG, Yiyu, “Comparison of Multivariate GARCH Models with Application to Zero-Coupon Bond Volatility”, **Master Thesis**, Lund University, 2010.
- TSE, Yiu Kuen, “A Test for Constant Correlations in A Multivariate GARCH Model, **Journal of Econometrics**, Vol. 98, 2000.
- TSE, Yiu Kuen and TSUI, Albert K. C., “A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model With Time-Varying Correlations”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 20, No:3, 2002.
- VILASUSO, Jon, “Forecasting Exchange Rate Volatility, **Economics Letters**, Vol. 76, 2002.
- VILLAR, A. Jose and JOUTZ, L. Frederick, “The Relationship Between Crude Oil and Natural Gas Prices”, **Energy Information Administration, Office of Oil and Gas**, 2006.
- WEISS, Andrew A., “Asymptotic Theory for ARCH Models: Estimation and Testing”, **Journal of Time Series Analysis**, vol. 2, 1986.
- WEST, Kenneth D. and CHO, Dongchul, “The Predictive Ability of Several Models of Exchange Rate Volatility”, **Journal of Econometrics**, vol. 69, 1995.
- ZAKOIAN, Jean-Michel, “Threshold Heteroskedastic Models”, **Journal of Economic Dynamics and Control**, vol. 18, 1994.
- ZIVOT, Eric and WANG, Jiaui, **Modeling Financial Time Series With S-PLUS**, Springer Science+Business Media, Inc. USA, 2006.

Bu çalışma özellikle finans alanında kullanılan oynaklık (volatilite) hesaplamalarında kullanılmak amacıyla Tek Değişkenli ARCH/ GARCH modellerinden türetilerek oluşturulan birden fazla değişkenin değişimlerinin birbirleri üzerindeki etkisini incelemek için kullanılan Çok Değişkenli GARCH yöntemini anlatmak amacıyla oluşturulmuştur. Oynaklık incelemelerini etkin bir şekilde yapan Çok Değişkenli GARCH analizi için özellikle piyasada birbirini etkileyen petrol ve doğalgaz fiyatları üzerindeki değişimlerin etkisi incelenmiştir.

Çalışmanın diğer bir boyutuyla başka finansal verilerin oynaklıklarının incelenebilmesi için kullanılan paket programı, formüller, petrol ve doğalgaz oynaklık sonuçları ile bu konuda yol göstermesi amaçlanmıştır. Oldukça geniş yelpazeye sahip olan finansal verilerin birden fazla değişken arasındaki oynaklık ilişkisini incelemek amacıyla gerekli modeller, denklemler kitapta sunulmuştur.

Dr. Berat HARMAN

